Pesquisare – Vol. 1, n.1, 2017, 46

Efeitos de ruído na sincronização de osciladores globalmente acoplados

Jayara S.D. Oliveira (IC)[1], Pedro D. Pinto (PQ)[1]*

Universidade Federal do Oeste da Bahia, [2]Centro Multidisciplinar de Luís Eduardo Magalhães, CEP 47850-000, Luís Eduardo Magalhães, Bahia, Brasil.
*E-mail: pedro.dias@ufob.edu.br

Palavras chave: sincronização, osciladores com ruído, transição de fase.

Abstract

A large number of phenomena in nature shows synchronization behavior. In this work is studied the phase transition on the Kuramoto's model with and without noise. The transition from disordered to ordered behavior in a system of globally coupled oscillators is analysed by the order parameter approach.

Introdução

Conceitua-se por sincronização o ajuste de ritmos de objetos oscilantes devido a sua interação fraca, este fenômeno é encontrado em abundância na natureza [1]. A abordagem utilizada neste trabalho é o modelo de Kuramoto que descreve um sistema de osciladores de fase acoplados. Este modelo é importante para compreensão da ocorrência de sincronização em sistemas físicos e biológicos.

Material e Métodos

A abordagem matemática do modelo de Kuramoto é dada por uma equação que descreve uma população de N osciladores de fase θ_i acoplados de acordo com

$$\frac{d\theta_i}{dt} = \omega_i + \frac{K}{N}\sum_{j=1}^{N} \sin(\theta_j - \theta_i), \quad i = 1, \ldots, N$$

onde ω_i representa as frequências naturais e K é o parâmetro que controla o acoplamento do sistema. Em analogia a teoria de transição de fase, Kuramoto definiu um parâmetro de ordem complexo para o sistema

$$re^{i\psi} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} e^{i\theta_j}$$

O modelo também pode ser escrito em termos do parâmetro de ordem

$$\dot{\theta}_i = \omega_i + Kr\sin(\psi - \theta_i)$$

Para o modelo com ruído é acrescentado o termo ξ_i na equação em sua forma discreta

$$\frac{d\theta_i}{dt} = \omega_i + \xi_i + \frac{K}{N}\sum_{j=1}^{N} \sin(\theta_j - \theta_i), \quad i = 1, \ldots, N$$

Sob as condições

$$\langle \xi_i(t) \rangle = 0,$$
$$\langle \xi_i(s)\xi_j(t) \rangle = 2D\delta_{ij}\delta(s-t).$$

Resultados e Discussão

O tipo de distribuição de frequências naturais influencia diretamente na forma em que o sistema de osciladores alcança o estado sincronizado.

Tabela 1. Distribuições de frequências naturais para cada caso do modelo [2].

Distribuição		Acoplamento crítico	
Tipo	Equação	Sem ruído	Com ruído
Lorentz	$g(\omega) = \frac{\gamma}{\pi(\gamma^2+\omega^2)}$	$K_c = 2\gamma$	$K_c = 2(\gamma + D)$
Uniforme	$g(\omega)\begin{cases} \frac{1}{2\gamma}, & \text{para } \lvert\omega\rvert \le \gamma, \\ 0, & \text{para } \lvert\omega\rvert > \gamma, \end{cases}$	$K_c = \frac{4\gamma}{\pi}$	$K_c = \frac{2\gamma}{\arctan\frac{\gamma}{D}}$

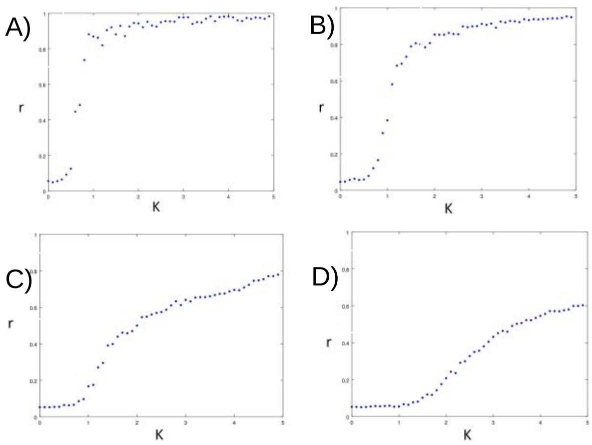

Figura 1. Resultados das simulações de $r \times K$ para: A) Distribuição uniforme sem ruído, B) distribuição uniforme com ruído, C) Distribuição de Lorentz sem ruído, D) Distribuição de Lorentz com ruído.

Conclusões

Neste trabalho foi estudada a transição de fase no modelo de Kuramoto com e sem ruído. Foram utilizadas para análise duas distribuições de frequências naturais: Lorentz e Uniforme. Verificou-se que quando é adicionado o ruído no sistema o mesmo adquire uma maior dificuldade em sincronizar. Esse efeito pode ser observado nos resultados obtidos por meio dos cálculos analíticos e simulações numéricas conforme é evidenciado na figura 1.

Agradecimentos

A Universidade Federal do Oeste da Bahia.

Referências

[1] A. Pikovsky, M.R.J. Kürths, Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Sciences Cambridge, New York, (2001).
[2] P.D Pinto, Termodinâmica e criticalidade dos estados de sincronização de osciladores de fase acoplados, Tese de Doutorado em Física, Universidade de Brasília, Brasília, (2015).