

Conhecimentos do conteúdo específico mobilizados por estudantes de Pedagogia sobre simetria

Resumo: Neste artigo, tomando como aporte as categorias de conhecimento docente de Shulman (1986), são analisados conhecimentos do conteúdo específico de estudantes de Pedagogia sobre simetria. Pesquisa de natureza qualitativa e quantitativa, utilizou como instrumento para coleta dos dados três situações-problema envolvendo identificar figuras simétricas; identificar o eixo de simetria e completar figuras simétricas. Os baixos índices de acerto, em todas as questões, indicam que os conhecimentos dos estudantes investigados são ainda insuficientes para trabalhar o conteúdo, mesmo em situações propostas em livros didáticos de matemática dos anos iniciais. Os dados também sinalizam para indícios de conhecimento sobre simetria de reflexão e diferentes posições do eixo, porém ainda insuficientes para resolver situações-problema. Os resultados obtidos podem fundamentar ações de ensino que impactem positivamente na formação matemática dos Pedagogos, pois o domínio dos conteúdos específicos em diversas áreas do ensino é fundamental para formação e atuação desses profissionais.

Palavras-chave: Conhecimento do professor. Simetria. Pedagogia.

Knowledge of the specific content mobilized by Pedagogy students on symmetry

Abstract: In this article, taking into account the categories of teaching knowledge by Shulman (1986), knowledge of the specific content of Pedagogy students about symmetry is analyzed. Research of qualitative and quantitative nature, used as a tool for data collection three problem situations involving identifying symmetrical figures; identify the axis of symmetry and complete symmetrical figures. The low success rates, in all questions, indicate that the knowledge of the investigated students is still insufficient to work on the content, even in situations proposed in mathematics textbooks of the early years. The data also point to indications of knowledge about reflection symmetry and different positions of the axis, but still insufficient to

Luciana Ferreira dos Santos

Doutora em Educação Matemática e Tecnológica (UFPE). Professora nos anos iniciais das redes municipais de Olinda e Paulista. Pernambuco, Brasil.

 orcid.org/0000-0002-7828-3026

 lfsantos20@gmail.com

Rosinalda Aurora de Melo Teles

Doutora em Educação (UFPE). Professora da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). Pernambuco, Brasil.

 orcid.org/0000-0002-7289-3501

 rosinaldateles@yahoo.com.br

Recebido em 31/01/2020

Aceito em 28/02/2020

Publicado em 04/03/2020

eISSN 2675-1933

 [10.37853/pqe.e202004](https://doi.org/10.37853/pqe.e202004)



solve problem situations. The results obtained can support teaching actions that positively impact the pedagogical training of Pedagogues, as the mastery of specific content in several areas of education is essential for the training and performance of these professionals.

Keywords: Teacher knowledge. Symmetry. Pedagogy.

Conocimiento del contenido específico movilizado por los estudiantes de Pedagogía sobre simetría

Resumen: En este artículo, teniendo en cuenta las categorías de enseñanza del conocimiento de Shulman (1986), se analiza el conocimiento del contenido específico de los estudiantes de Pedagogía sobre la simetría. Investigación de naturaleza cualitativa y cuantitativa, utilizada como herramienta para la recolección de datos en tres situaciones problemáticas que involucran la identificación de figuras simétricas; Identificar el eje de simetría y completar figuras simétricas. Las bajas tasas de éxito, en todas las preguntas, indican que el conocimiento de los estudiantes investigados aún es insuficiente para trabajar en el contenido, incluso en situaciones propuestas en los libros de texto de matemáticas de los primeros años. Los datos también apuntan a evidencia de conocimiento sobre la simetría de reflexión y las diferentes posiciones del eje, pero aún son insuficientes para resolver situaciones problemáticas. Los resultados obtenidos pueden apoyar acciones de enseñanza que impacten positivamente en la formación pedagógica de los pedagogos, ya que el dominio de contenido específico en varias áreas de la educación es esencial para la formación y el desempeño de estos profesionales.

Palabras clave: Conocimiento del Docente. Simetría. Pedagogía.

1 Introdução

Trabalho pedagógico, ato educativo intencional, conhecimentos e saberes docentes são expressões do campo da Pedagogia que suscitam muitas reflexões. Interessa-nos neste artigo pensar sobre conhecimentos que servem de base para o ofício

do professor. No Brasil, inúmeras pesquisas na área da Educação Matemática buscam investigar o conhecimento de professores oriundos dos cursos de Pedagogia que lecionam matemática nos Anos Iniciais. As investigações indicam que os professores demonstram conhecimento superficial dos conteúdos matemáticos, mesmo para este nível de escolarização. Pesquisas como as de Curi (2005) e Pavanello (2003) têm mostrado que esses docentes tiveram, em geral, muita dificuldade com a Matemática durante sua escolaridade, o que possivelmente influenciou sua opção por uma formação que, aparentemente, não exigiria grandes conhecimentos na área.

A problemática do conhecimento docente torna-se mais crítica quando se refere ao conhecimento do professor no eixo da Geometria. De acordo com Lorenzato (2006), os professores tendem a não trabalhar com este campo de saber por não dominarem os conteúdos. Moretti e Hillesheim (2018), a partir de reflexões pautadas em resultados de pesquisas anteriores também afirmam que os conhecimentos geométricos que os professores pedagogos dispõem não são suficientes para subsidiar a sua prática pedagógica nos anos iniciais do ensino fundamental, ocasionando sentimentos de desconforto ao abordar esse campo da Matemática em sua prática pedagógica.

Dentre os conhecimentos geométricos, neste trabalho, interessamo-nos pelas transformações geométricas, em especial a simetria, pois constitui uma aplicação muito interessante das isometrias que permite desenvolver o conhecimento matemático e fornecer ferramentas que podem ser muito úteis na resolução de problemas geométricos.

Além disso, a abordagem desse conteúdo de ensino, tomando como base a intuição, seja através da Arte ou de outra área de conhecimento, possibilita que a imaginação, a criação, a emoção e a sensibilidade sejam mobilizadas na sala de aula de matemática. Santos e Teles (2012) destacam que as relações de colaboração e reciprocidade em conteúdo, disciplinas, temas ou áreas de conhecimentos, quando estabelecidas de forma adequada, possibilitam a construção de sentido e aprendizagem de novos saberes, mas é necessário pensarmos os conteúdos sob o ponto de vista intuitivo e formal, ou seja, simetria do mundo físico e cultural para propriedades mais abstratas da simetria.

Destacamos que o domínio do conteúdo específico é fundamental na formação do pedagogo, mas também consiste em um dos desafios a ser enfrentado por todos os envolvidos no processo formativo. De acordo com Shulman (1986), Ball (2008) e Pontes (1994), os professores devem ter domínio dos objetos de ensino, tanto no que se refere à profundidade desses conceitos como à sua historicidade, articulação com outros conhecimentos e tratamento didático, ampliando, assim, seu conhecimento da área. É o domínio do conteúdo específico, tal como conhecimento curricular, sobre o aluno e pedagógico que possibilita alcançar a compreensão sobre o processo de ensino.

Nesse contexto, questionamos: que conhecimentos são mobilizados por estudantes de Pedagogia ao resolverem situações-problemas que abordam a identificação e construção de figuras simétricas?

Para responder esta indagação, desenvolvemos um estudo que objetivou identificar o conhecimento de graduandos do 5º período do curso de Pedagogia sobre o conteúdo simetria. Escolhemos o modelo teórico construído por Shulman (1986) sobre o conhecimento do conteúdo específico.

2 Conhecimento profissional docente

Embora não seja o foco principal deste artigo, julgamos necessário situar nossa discussão no contexto mais amplo, que engloba a base da formação do pedagogo. De acordo com Scheibe e Durli (2011), a docência como base da formação do pedagogo é uma concepção em processo de aprofundamento. Para as autoras a compreensão histórico-crítica da Pedagogia, como ciência da prática educativa e ainda como entendimento de que a especificidade da Educação, nas atuais relações sociais, passa a ser determinada pela forma escolar, trouxe em seu bojo a concepção de que a docência constitui a base da identidade profissional de todo educador. Nesta perspectiva, discutir quais conhecimentos são necessários para ser um bom professor constitui-se como um tema importante.

Como aporte teórico para este estudo, utilizamos a categoria de Shulman (1986) sobre o conhecimento do conteúdo específico. A escolha por esse referencial deve-se, em grande parte, pelo pioneirismo de Shulman (1986) ao considerar o Conhecimento

Pedagógico indissociável do Conhecimento do Conteúdo específico, e ao identificar o papel decisivo da formação universitária na segmentação destes dois tipos de conhecimento. Além disso, Shulman (1986) compreende o conhecimento do conteúdo como elemento-chave para a profissão docente.

Shulman (1986) tece os seguintes questionamentos: quais são os conhecimentos que servem de base para o ofício de professor? Qual a natureza desses conhecimentos? O autor destaca três categorias de conhecimentos necessários para o trabalho docente: *Subject knowledge matter* (conhecimento do conteúdo da matéria ensinada), que se refere às compreensões do professor acerca da estrutura da disciplina, de como ele organiza cognitivamente o conhecimento da matéria que será objeto de ensino; *Pedagogical knowledge matter* (conhecimento pedagógico da matéria), um conjunto de formas alternativas de representação que encontra origem tanto na pesquisa como nos saberes oriundos da prática docente; e o *Curricular knowledge* (conhecimento curricular) que se dispõe a conhecer a entidade currículo como o conjunto de programas elaborados para o ensino de assuntos e tópicos específicos em um dado nível. Em trabalhos posteriores, Shulman realiza uma revisão das categorias mencionadas, propondo novas categorias e mantendo as propostas originais de 1986.

Realizando um breve estudo nos principais meios de divulgação científica periódicos Capes, periódicos da Educação Matemática e eventos científicos, identificamos 105 estudos, cujo tema principal era conhecimento matemático do professor. Nessas pesquisas, Shulman aparece como um dos principais teóricos. Algumas delas eram focadas em diagnosticar o conhecimento do professor; outras investigavam a formação do pedagogo em matemática, assim como o conhecimento do professor de matemática; e havia também estudos sobre a influência dos materiais curriculares no conhecimento do professor.

Nessas pesquisas, Shulman (1986) é utilizado como principal aporte teórico, uma vez que as categorias de conhecimento elaboradas por ele possibilitam uma análise sobre os conhecimentos – conteúdo específico, pedagógico e curricular – do professor que ensina matemática nos diversos níveis de ensino. As pesquisas são consensuais quando afirmam que o Conhecimento Pedagógico é indissociável do Conhecimento do

Conteúdo específico, e ao identificarem o papel decisivo da formação universitária na segmentação destes dois tipos de conhecimentos. Também afirmam o conhecimento do conteúdo como elemento-chave para a profissão docente.

Barros (2016) ao revisar na literatura pesquisas no campo da Educação Matemática que examinam o conhecimento do professor utilizando como referencial teórico os estudos de Lee S. Shulman, identificou em um dos principais periódicos na área da Pesquisa em Educação Matemática, o Boletim de Educação Matemática (BOLEMA), no intervalo de sete anos - 01/07/2008 a 30/06/2015 - 35 publicações, conforme Quadro 1. Porém, ao examinar essas publicações individualmente, verificou que apenas 10 (dez) delas, de fato, apresentam como um dos principais referenciais teóricos os estudos de Lee S. Shulman.

A partir da revisão de literatura realizada Barros (2016, p. 66) afirma que “de forma geral, quando temos em pauta a formação (inicial ou continuada) dos professores, a validade, atualidade e apropriação da teoria concebida por Shulman é consolidada”.

6

Ainda no sentido de ratificar a validade dos estudos que utilizam Lee Shulman como fundamentação teórica, citamos o texto de Teles (2018), que na perspectiva de refletir sobre a relação entre os conhecimentos dos professores e suas decisões didáticas ligadas ao processo avaliativo, conclui a partir de um conjunto de pesquisas desenvolvidas por mestrandos e uma doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da UFPE (EDUMATEC), participantes do grupo de pesquisa SEMEAR, que de modo geral, identificar indícios de conhecimentos, ausência ou conhecimentos equivocados relacionados a um determinado conteúdo matemático, tem dois rebatimentos na reflexão do campo da avaliação e da formação de professores: uma delas é que suscita inquietações que podem gerar pesquisas futuras, tais como, investigar qual a relação entre os conhecimentos dos professores e suas opções no processo avaliativo; opções estas que incluem escolha de instrumentos avaliativos e o que fazer a partir dos resultados observados na avaliação.

Quadro 1 – Artigos da revista BOLEMA que utilizam estudos de Shulman como referencial teórico

Artigo	Autor	Ano
Conhecimento Matemático para Ensinar: uma experiência de formação de professores no caso da multiplicação de decimais	Carlos Miguel Ribeiro	2009
Equação e Conhecimento Matemático para o Ensino: relações e potencialidades para a Educação Matemática	Alessandro Jacques Ribeiro	2012
3+1 e suas (In)Variantes (Reflexões sobre as possibilidades de uma nova estrutura curricular na Licenciatura em Matemática)	Plinio Cavalcanti Moreira	2012
Contribuições da História da Matemática para a Construção dos Saberes do Professor de Matemática	Eliane Maria de Oliveira Araman e Irinéa de Lourdes Batista	2013
O Lugar da Matemática na Licenciatura em Matemática	Plinio Cavalcanti Moreira e Ana Cristina Ferreira	2013
Conhecimento Matemático para o Ensino de Diferentes Significados do Sinal de Igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental	Linéia Ruiz Trivilin e Alessandro Jacques Ribeiro	2015
Um Estudo da Criação e Desenvolvimento de Licenciaturas em Matemática na Universidade Federal de Mato Grosso do Sul	Marilena Bittar Renato Gomes Nogueira	2015
Re-significando a disciplina de Teoria dos Números na formação do professor de Matemática na Licenciatura	Luciana M. Elias de Assis	2014
Compreensão do Conceito de Razão por Futuros Educadores e Professores dos Primeiros Anos de Escolaridade	José Antônio Fernandes Laurinda Leite	2015
A Pesquisa e as Práticas de Formação de Professores de Matemática em face das Políticas Públicas no Brasil	Dario Fiorentini	2008

Fonte: Barros (2016 p. 45 e 46).

3 Conhecimento Docente, Educação Matemática e Simetria: algumas considerações

O caminho percorrido pelo ensino da Matemática é cheio de capítulos e episódios. Atualmente vivemos a tendência denominada Educação Matemática, vista como uma área de pesquisa educacional que busca a compreensão, interpretação e descrição de fenômenos referentes ao ensino e à aprendizagem matemática. Mundialmente, durante os últimos séculos, o campo da Educação Matemática desenvolveu-se em função da análise da Matemática que se ensina e que se aprende na escola, especialmente como os processos de ensino e de aprendizagem ocorrem ou como deveriam acontecer. No entanto, a Educação Matemática também pode ser vista como uma prática pedagógica conduzida pelos desafios do cotidiano escolar. Neste sentido, a elaboração de situações adequadas em sala de aula requer do professor tanto o conhecimento sobre os

conteúdos da Matemática, quanto o conhecimento sobre como a criança desenvolve sua compreensão de conceitos matemáticos, quais as dificuldades que enfrenta e quais as características das concepções que desenvolve.

De modo mais abrangente, Pires (2005) define Educação Matemática como:

uma área de conhecimento interdisciplinar e [que] não se confunde com a mera justaposição de conhecimentos oriundos da Matemática e da Educação. É uma nova síntese, que incorpora dimensões filosóficas, históricas, psicológicas, políticas, metodológicas e culturais na busca por um melhor entendimento sobre os processos de ensino e aprendizagem da Matemática, bem como o seu papel social e político (Pires, 2005, p. 8).

Assumimos neste texto a posição de que o ensino de Matemática deve ser subordinado aos objetivos maiores da Educação, entre os quais se inclui a formação de cidadãos; neste sentido, olhar para um conteúdo específico da Matemática e para os conhecimentos de estudantes de pedagogia torna-se pertinente, porque possibilita identificar ideias matemáticas que dão base à resolução de um problema e prever erros de alunos compreendendo as estratégias de raciocínio que determinados problemas matemáticos envolvem. Por exemplo, se pensarmos o conhecimento específico do professor sobre simetria, o docente deve dominar as noções que sustentam o conceito, como: invariância da congruência, equidistância e relação; além disso, precisa compreender os diferentes tipos de simetria (reflexão, rotação e translação) e suas implicações didáticas.

Ademais, deve compreender que a simetria é uma ideia que o homem tem usado ao longo dos tempos para tentar compreender e criar ordem, beleza e perfeição (Weyl, 1997). Ela está presente nas realizações humanas mais primitivas, nos vestígios arqueológicos das suas ferramentas e até mesmo nas suas mais antigas manifestações de arte. O tema *simetria* também promove coligações com a geologia, a química, a física, a biologia, a música, a literatura, a arquitetura e com muitas outras áreas do conhecimento.

Na Geometria Euclidiana, a simetria é um tipo de isometria. Baseia-se nos movimentos de objetos (figuras ou formas), tal que a distância entre quaisquer dois pontos, antes ou depois do movimento, permanece a mesma. As simetrias (isometrias)

produzem três tipos básicos de movimento: reflexões em relação a uma reta; translações; e rotações em torno de um ponto.

Mergulhando na história da arte, as simetrias são encontradas nas obras de arte de povos antigos. Por exemplo, o povo sumério, por volta de 4000 a.C., já possuía traços de simetria de reflexão, assim como os antigos povos egípcio, grego e islâmico, entre outros, que faziam uso das simetrias nos seus objetos de arte. Sob o ponto de vista do ensino, a simetria de reflexão é a mais recorrente nos livros didáticos, justamente pela ideia de que seria mais fácil de ser aprendida pelas crianças (Brasil, 2014).

Quanto à simetria do tipo translação, é possível definir como “uma operação simples de simetria e [que] corresponde à repetição periódica de motivos que se repetem numa dada direção” (Rodher, 1997, p. 10). Assim, nas translações, as figuras são geometricamente iguais e conservam a direção e o comprimento de segmentos de reta, e as amplitudes dos ângulos. Este tipo de simetria está muito presente na arte indígena, em suas cestarias, pintura corporal e plumagem. Em livros didáticos, geralmente é atrelada a esse contexto com propostas de identificação e construção desse tipo de simetria.

Em relação à Simetria de Rotação, Lopes e Nasser (1996, p. 105) definem que “uma rotação de centro O e um ângulo $\hat{\alpha}$ é uma transformação em que a imagem é obtida girando-se cada ponto da figura segundo um arco de circunferência de centro O , percorrendo um ângulo $\hat{\alpha}$ (no sentido horário ou anti-horário)”.

Na arte, a simetria de rotação é muito presente em diversos objetos, tais como a mandala, que tem um “design” circular realizado a partir de linhas que surgem do centro. As mandalas são constituídas por desenhos geométricos que se inscrevem uns nos outros ou entrelaçando-se a imagens simbólicas. Pesquisas como a de Mega (2001) indicam que a simetria de rotação pode ser trabalhada a partir do 6º ano, utilizando materiais manipulativos como palitos, papel transparente, botões e transpel, um dispositivo especialmente criado para esse estudo. Nos livros didáticos dos anos iniciais, o Guia do livro didático de Matemática recomenda o trabalho com rotação, mas identifica que são poucas as propostas com esse tipo de simetria (Brasil, 2010).

O objetivo deste artigo é, portanto, analisar conhecimentos do conteúdo específico de estudantes de Pedagogia sobre simetria, tomando como aporte as discussões de Shulman (1986).

4 Procedimentos metodológicos

Esta pesquisa tem caráter qualitativo e quantitativo, visto adotarmos uma abordagem de pesquisa que articula todas as variáveis, já que, segundo Deslange (2000, p. 22), “O conjunto de dados quantitativos e qualitativos não se opõem. Ao contrário, se complementam, pois a realidade abrangida por eles interage dinamicamente, excluindo qualquer dicotomia”.

A perspectiva de complementaridade das abordagens quantitativas e qualitativas vem estruturando-se como elementos essenciais da pesquisa em educação, por superarem a dicotomia epistemológica e permitirem uma síntese entre os dados quantitativos e qualitativos.

O universo dessa pesquisa é composto por 35 estudantes do 5º período do Curso de Pedagogia, matriculados na disciplina de Fundamentos do Ensino da Matemática de uma universidade pública federal. Numa situação normal de aula, foi vivenciada uma atividade introdutória, antes da intervenção didática propriamente dita, para verificar os conhecimentos oriundos de suas aprendizagens anteriores no ensino fundamental e médio. A atividade continha três situações extraídas de livros didáticos de matemática dos anos iniciais do livro dos alunos. Envolviam respectivamente a identificação de figuras simétricas; identificação do eixo de simetria e complementação de figuras.

DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES:

1ª SITUAÇÃO: Quais imagens abaixo são simétricas? Justifique sua escolha.

20 Regularidade, simetria e estética

Simetria, regularidades e estética

Além de trabalhar com ideias matemáticas, como simetria e regularidades, o tema explora a sensibilidade estética — interdisciplinaridade com Artes.

1. Observe as imagens e diga em que casos a simetria está presente.



Desencontro de losangos, de Arcangelo Janelli, 1973.



Tigela de cerâmica.



Cerâmica marajoara.



Figura sentada, de Vicente do Rego Monteiro, 1924.

2. Nas imagens simétricas, identifique os eixos de simetria.

192



Figura 1 - Atividade utilizada no instrumento diagnóstico
Fonte: Reame & Montenegro, 2008, p. 192

Partindo do pressuposto de que os conhecimentos mobilizados pelos estudantes seriam diferentes em cada uma delas, utilizamos figuras com características diferentes, que se constituíram em variáveis didáticas¹.

- A imagem *Desencontro com Losango* apresenta uma combinação entre as simetrias de reflexão, se traçarmos um eixo na vertical e horizontal, de translação, se considerarmos os losangos azuis transladados na horizontal; e de rotação se tomamos a metade da figura e rotacionando em 180° obtemos a outra metade. Além disso, os estudantes precisam considerar a congruência das figuras (comprimento, alinhamento de pontos, de medida de ângulo) e a equidistância entre os pontos.

¹ Termo oriundo da Educação Matemática. Variáveis didáticas são características do problema que, ao assumir diferentes valores, influenciam a forma de os alunos resolverem estes problemas.

- Na imagem *Cerâmica em Tigela*, novamente há combinação entre reflexão e translação, isso porque, em cada figura desenhada na tigela, é possível traçar um eixo de simetria vertical, contudo, no objeto como um todo, há translação entre as figuras. Além das propriedades de congruência das figuras (comprimento, alinhamento de pontos, de medida de ângulo), há equidistância entre os pontos na translação. Ressaltamos que estamos considerando apenas as figuras desenhadas na tigela, pois a tigela, por ser tridimensional, não apresenta “eixo de simetria”, mas um plano de simetria.
- Na imagem *Cerâmica Marajoara*, há translação das figuras, tal como congruência (comprimento, alinhamento de pontos, de medida de ângulo) e equidistância entre os pontos. É provável que talvez os estudantes não reconheçam esta figura como simétrica por apresentar figuras com combinações diferentes. Assim como, na imagem anterior, estamos considerando apenas as figuras desenhadas, uma vez que, na cerâmica, novamente temos a representação plana de um objeto espacial, e, nesse caso, a simetria apresentada é translação, não havendo a necessidade de pensarmos em um plano.
- Na imagem *Figura Sentada*, esperávamos que os estudantes percebessem que se tratava de uma imagem assimétrica, isso porque, quando se traçasse o eixo de simetria na vertical, não haveria simetria.

Esta situação difere das próximas, porque solicita dos estudantes conhecimentos que vão além da matemática: por apresentar objetos de arte com elementos estéticos, contextos e tempos históricos; por atribuir a mesma importância de objetos de artistas consagrados, como Arcangelo Ianelli e Vicente Rego Monteiro, à Cerâmica Marajoara e a uma Tigela, itens considerados como artesanato de “arte menor”; por, nessas imagens, as simetrias aparecerem combinadas, trazendo a possibilidade de os estudantes realizarem análises que agregam a linguagem visual aos conceitos matemáticos.

2ª SITUAÇÃO: Na segunda questão, os estudantes tinham que identificar as figuras que apresentavam o eixo de simetria. Este tipo de atividade é muito comum em livros didáticos de matemática, conforme pesquisa realizada por Santos (2010).

3. Nas figuras abaixo, verifique se as linhas verdes são de fato os eixos de simetria. Anote no caderno as alternativas corretas.

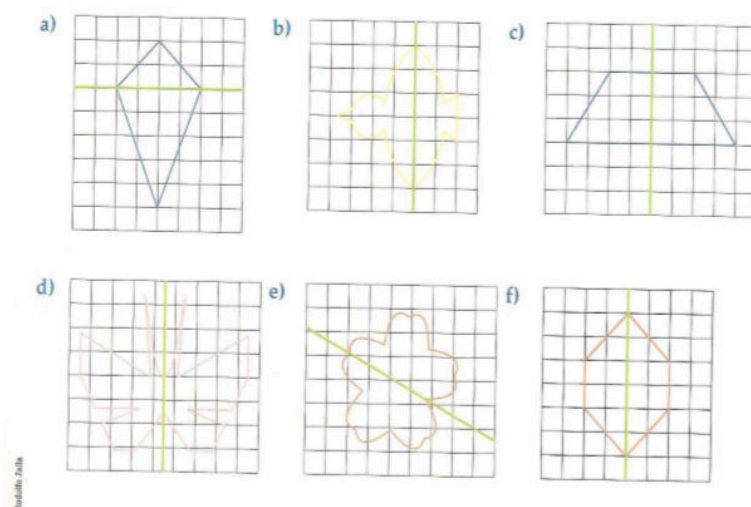


Figura 2 – Atividade utilizada no diagnóstico
Fonte: Cerullo, 2008, p. 253

Como na questão anterior, pressupomos que os conhecimentos mobilizados pelos estudantes seriam diferentes em cada uma das figuras. Utilizamos figuras com características diferentes, que se constituíram em variáveis didáticas:

- Na figura A, observamos um quadrilátero na posição vertical em que o eixo está traçado na horizontal. O estudante que marcasse esta alternativa provavelmente teria considerado apenas a figura e não o eixo.
- Na figura B, vê-se um pássaro que, diferentemente da questão anterior, está na posição horizontal, mas o eixo na vertical; caso marcasse esta figura, o estudante teria considerado apenas a figura simétrica e não o eixo.
- Na figura C, há um trapézio isóscele, no qual o eixo traçado na vertical conserva as propriedades da equidistância entre pontos e da congruência da figura.
- Na figura D, o desenho da borboleta aparenta simetria, com eixo traçado na posição correta, mas um olhar atento identificaria a incongruência.
- Na figura E, o desenho de uma flor lembra uma figura simétrica com eixo traçado na diagonal, mas, assim como na figura anterior, apresenta incongruência na forma que compromete a simetria.

- Na figura F, um hexágono com eixo traçado na vertical mantém as propriedades da equidistância e congruência da figura. Os estudantes que marcassem as figuras F e C, demonstrariam conhecimento sobre simetria.

3ª SITUAÇÃO: Buscamos identificar os conhecimentos mobilizados pelos estudantes ao completar figuras em malha quadriculada. O exemplo contido no enunciado pode ter influenciado nos resultados. A atividade continha quatro figuras desenhadas em malhas quadriculadas que precisavam ser completadas a partir de uma reflexão sobre cada figura:

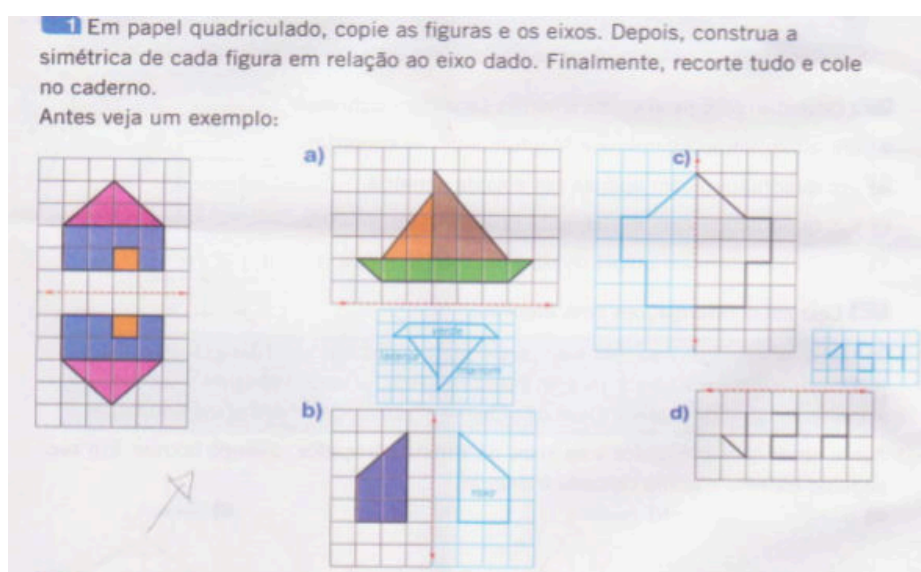


Figura 3 – Atividade utilizada na produção dos instrumentos
Fonte: Dante, 2008, p. 94

- Na figura A: um barco desconexo ao eixo horizontal. Deveria ser desenhado invertido para manter a equidistância entre pontos em relação ao eixo, sendo necessário manter a congruência das figuras (comprimento, alinhamento de pontos, de medida de ângulo).
- Na figura B, há um quadrilátero desconexo a um eixo vertical; era necessário inverter a figura para manter equidistância entre os pontos, assim como congruência das figuras.

- A figura C, diferentemente das outras, estava conexa ao eixo na posição vertical; assim como nas demais, era necessário manter a congruência das figuras e a equidistância entre os pontos; por estar desconexa ao eixo, os estudantes precisavam usar conhecimentos de inversão para preservar a distância dos pontos, objeto e imagem, ao eixo de simetria.
- Na figura D, identificam-se Algarismos cujas propriedades descritas deveriam ter sido mantidas, assim como nas demais figuras.

5 Discussão e análise dos resultados

5.1 Frequência dos conhecimentos do conteúdo específico mobilizados pelos estudantes nas três questões

Do ponto de vista quantitativo, a frequência de acerto e erros cometidos pelos estudantes em todas as questões aponta que os índices de acerto foram muito baixos em todas as questões. Nos 35 protocolos analisados, identificamos 5 (cinco) acertos na questão 1, em detrimento de 30 (trinta) erros; na questão 2, foi possível identificar 8 (oito) acertos e 27 (vinte sete) erros; na questão 3, apenas 2 (dois) acertos e 33 (trinta e três) equívocos cometidos. Tais dados podem ser visualizados abaixo:

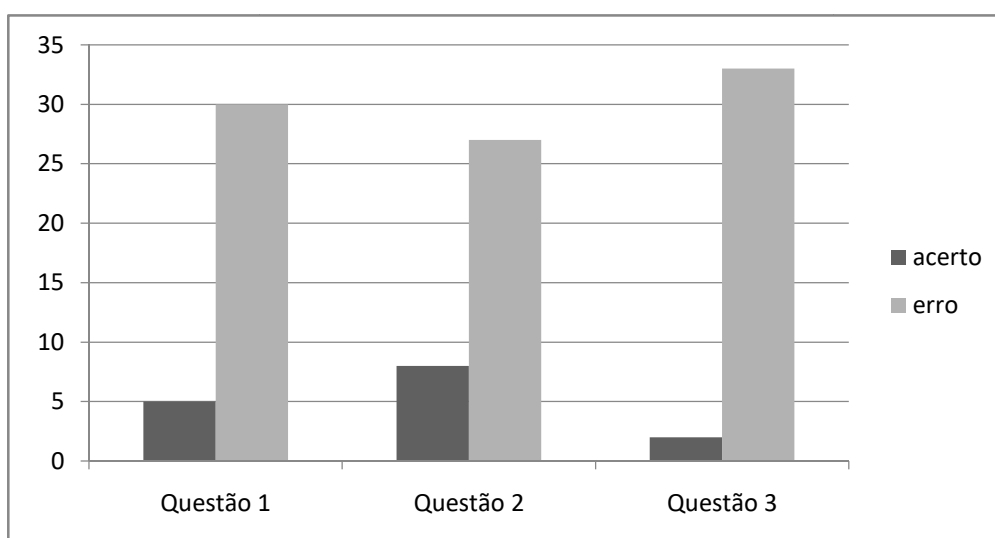


Gráfico 1 – Frequência de acertos e erros nas três questões
Fonte: Banco de dados da pesquisa (2019)

Conforme o Gráfico 1, os acertos na questão 1 foram cerca de 14%, enquanto 86% dos estudantes cometeram equívocos na identificação das figuras. Embora se tratasse de uma questão simples, se comparada às demais, na qual era mais fácil aos sujeitos mobilizar conceitos como congruência das figuras (comprimento, forma, alinhamento de pontos e de medida de ângulo) e equidistância entre os pontos, ainda assim 16% apresentaram dificuldade de mobilizar tais conhecimentos.

Com relação à questão 2, o número de acertos aumentou para 23%; atribuímos isso ao fato de as figuras terem sido mais simples, se comparadas às anteriores; ainda assim, 77% dos sujeitos apresentaram dificuldade de identificar o eixo de simetria ou de perceber as imagens de forma congruente e equidistante; em alguns casos, mesmo quando preservaram a forma e o tamanho das figuras, não conseguiram traçar de forma adequada os segmentos.

Observamos que, na questão 3, o número de acertos chegou a apenas 6%; esse resultado já era previsto, uma vez que a construção da figura solicitava que os sujeitos, além de mobilizar conhecimentos sobre a congruência, equidistância e perpendicularidade, também realizassem a inversão da figura.

Esses índices de acerto, baixos em todas as questões, indicam que os conhecimentos dos estudantes de graduação em Pedagogia investigados são insuficientes para trabalhar o conteúdo da simetria, mesmo em situações propostas em livros didáticos de matemática dos anos iniciais. Isso porque os dados sinalizam para ausência de conhecimento sobre os conceitos de congruência da figura e equidistância, tipos de simetria e posições do eixo; também demonstram dificuldades em apreciar e reconhecer simetrias no contexto da arte. Do mesmo modo, os estudantes apresentam muita dificuldade em expressar conhecimentos por meio de desenhos e em fazer construções em malha quadriculada.

5.2 Índícios de conhecimento ou equívocos sobre o conteúdo da simetria de reflexão

O conhecimento do conteúdo específico, como já explicitado sucintamente, é tão necessário para o professor, quanto o pedagógico, o didático e o curricular. A partir da análise qualitativa das respostas dos estudantes ao protocolo contendo as três atividades, foi possível identificar conhecimentos e também limitações que podemos

associar aos equívocos dos graduandos. Alguns apresentavam mais indícios de conhecimento que outros, como indicado a seguir:

Quadro 2 – Indícios de conhecimento ou equívocos questão 1

Indícios de conhecimentos	Indícios de equívocos
Marcar apenas a imagem <i>Desencontros entre losangos</i> , por compreender que simetria se relaciona com a ideia de sobreposição da figura.	Não conhece outros tipos de simetria (translação e rotação), assim como a possibilidade de combinar essas simetrias.
Marcar corretamente as imagens <i>Desencontro entre losango, tigela de cerâmica e Cerâmica marajoara</i> , reconhecendo que há mais de um tipo de simetria (reflexão e translação) e que estas podem ser combinadas.	Não comete equívocos.
Marcar apenas as imagens <i>Desencontros entre Losangos e Tigela de cerâmica</i> , por entenderem que a simetria restringe-se à reflexão, sem considerar a translação presente nas imagens.	Não conhece outros tipos de simetria (translação e rotação), assim como a possibilidade de combinar essas simetrias.
Não marca corretamente as imagens simétricas.	Marcar todas as imagens, demonstrando dificuldade de identificar detalhes ou elementos que tornam uma figura simétrica ou assimétrica.

Fonte: Banco de dados da pesquisa

Os dados sistematizados neste quadro permitem visualizar que houve menos indícios de conhecimentos que equívocos; como indícios de conhecimentos, destacamos: a compreensão de que a simetria tem a ver com a ideia de sobreposição da figura; e o fato de os estudantes conseguirem identificar um eixo imaginário, as combinações das simetrias e a simetria de reflexão.

Porém, é justamente o conhecimento dos estudantes de Pedagogia sobre simetria de reflexão que induz aos equívocos, por não reconhecerem os outros tipos de simetria e as combinações de simetrias numa imagem. Observamos nas justificativas que a escolha das figuras foi induzida pelo conhecimento que os estudantes têm sobre a simetria de reflexão. Percebemos esse aspecto nas justificativas dos estudantes ao marcarem as imagens simétricas.

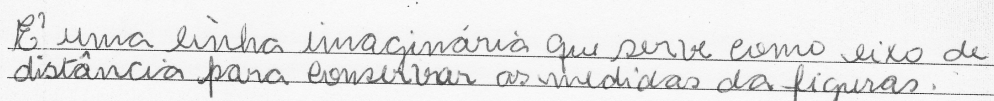


Figura 4 – Protocolo 3
Fonte: Banco de dados da pesquisa (2019)

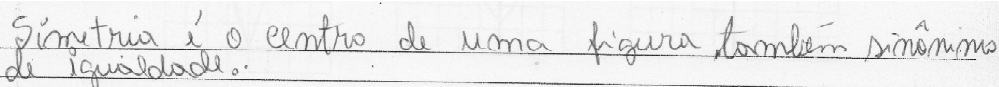


Figura 5 - Protocolo 20
Fonte: Banco de dados da pesquisa (2019)

Os estudantes associam simetria à ideia de igualdade ou conservação de medidas, demonstrando implicitamente conhecimento sobre o conceito de invariância da figura. Ao marcarem apenas as imagens *Desencontros entre Losangos* e *Tigela de Cerâmica*, indicam que o conhecimento se restringe à reflexão, sem considerar a translação presente nas imagens, caso contrário, teriam marcado a *Cerâmica Marajoara*. Contudo, mesmo quando exprimem conhecimento, este é limitado.

Outro aspecto é o fato de a simetria de reflexão ser a mais conhecida, afinal quase todos os seres vivos apresentam a simetria aproximada. Além disso, o Guia do livro didático (BRASIL, 2013) aponta que a simetria de reflexão está muito presente nos livros didáticos dos anos iniciais, sendo uma das mais trabalhadas na escola. Mas o documento destaca a importância de trabalharmos os outros tipos de simetria (translação e rotação). Pesquisadores como Shulman (1986) e Ball (2008) ressaltam o quanto é necessário que os professores tenham conhecimento sobre o conteúdo específico como um todo. Assim, compreendemos que, além do conhecimento da simetria de reflexão, os estudantes precisam conhecer os outros tipos de simetria (translação e rotação).

Quanto à questão 2, observamos que, quando solicitados a identificar o eixo de simetria nas figuras, os estudantes apresentavam os seguintes indícios de conhecimento, descritos a seguir:

Quadro 3 – Índícios de conhecimento ou equívocos – questão 2.

Índícios de conhecimentos	Índícios de equívocos
Marcam o eixo das figuras (E, D) como simétricos, embora as figuras apresentem uma simetria aproximada.	Não analisam detalhadamente as figuras para perceber equívocos sutis em propriedades como congruência e equidistância de pontos em relação ao eixo
Consideram os eixos das figuras B e E como simétricos, ou seja, reconhecem figuras simétricas ou com simetria aproximada, mas não conhecem o eixo de simetria.	Observamos que a figura B é simétrica, mas o eixo está traçado na posição errada; isso indica que o estudante considerou apenas a figura, esquecendo o eixo. A figura E, não é congruente.
Demonstram conhecimento sobre o eixo de simetria e a possibilidade de traçá-lo em diferentes posições.	Cometem equívocos em relação à conservação da forma das figuras (D, E).
Reconhecem as figuras poligonais como simétricas. Ter ou não eixo de simetria pode ser considerado uma propriedade de algumas figuras planas poligonais.	Marcar as figuras (A, C e F) indica que o estudante considerou apenas as figuras poligonais como simétricas, não considerando as figuras do mundo físico que apresentam simetria, assim como o eixo de simetria, ao marcar a figura A, que apresenta o eixo na posição incorreta.
Marcam as figuras C e F, demonstrando conhecimentos sobre equidistância e congruência.	Não cometem equívocos.

Fonte: Banco de dados da pesquisa

Os índices descritos no quadro acima apontam indícios de que o conhecimento dos estudantes está atrelado à simetria de reflexão. Observamos também que alguns estudantes demonstram conhecimentos sobre diferentes posições do eixo de simetria e congruência das figuras e equidistância de pontos, ao marcar as figuras C e F. Entretanto, observamos equívocos cometidos pelos discentes, ao considerarem o eixo das figuras (E, D) como simétricos; atribuímos isso a dois fatores: o primeiro diz respeito ao fato de as figuras (borboleta e flor) serem muito utilizadas nos livros como exemplos de simetria. Atribuímos o segundo aspecto ao fato de os estudantes não dominarem as propriedades da simetria, como congruência de figura e equidistância de pontos em relação ao eixo. Por não dominar as propriedades da simetria de reflexão, os estudantes acabam não identificando equívocos referentes à congruência e equidistância dos pontos. A seguir, observamos outro aspecto.

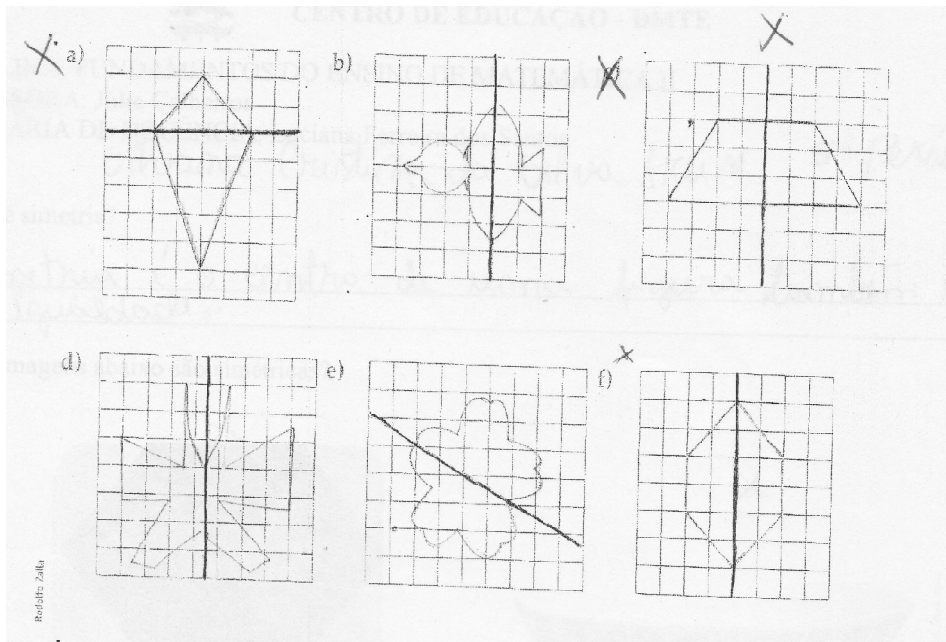


Figura 6 – Protocolo 4
 Fonte: Banco de dados da pesquisa (2019)

Percebemos que os estudantes marcam apenas as figuras poligonais como simétricas, ignorando o eixo de simetria, ao assinalarem a figura A, que apresenta o eixo na posição incorreta. O eixo também é desconsiderado pelos estudantes que marcaram a figura B; embora a figura apresente uma simétrica, o eixo está traçado na posição errada; isso indica que o estudante considerou apenas a figura, esquecendo-se do eixo. O eixo de simetria é um elemento essencial. Pesquisadores como Alves (2005), Siqueira (2000) e Jaime e Gutiérrez (1996) ressaltam a importância de trabalhar as diversas posições do eixo na simetria de reflexão. Entendem que essa variável é fundamental na apropriação das propriedades da simetria e alertam que a abordagem de apenas uma posição do eixo pode dar origem a uma concepção errônea sobre a simetria de reflexão. No entanto, os dados indicam que os estudantes ainda não se apropriaram desse elemento.

Quanto à situação-problema 3, observamos que, quando solicitados a completar figuras em malha quadriculada com eixos nas posições verticais e horizontais, foram identificados os seguintes indícios de conhecimento, descritos a seguir:

Quadro 4 – Índícios de conhecimento ou equívocos na questão 3.

Índícios de conhecimentos	Índícios de Equívocos
Conseguem demonstrar conhecimentos sobre congruência.	Mas cometeram equívocos ao inverterem a figura, demonstrando dificuldade em relação à equidistância.
Invertem a posição das figuras, considerando o eixo como elemento de referência.	Erra a congruência da figura
Não identificamos indícios de conhecimento.	Erram a congruência das figuras; não invertem a figura e desconsideram o eixo como elemento de referência. Não consideram a equidistância dos pontos.
Conseguem demonstrar conhecimentos (congruência e equidistância); realizam a inversão da figura e, assim, mantêm a distância entre pontos.	Não cometem equívocos.

Fonte: Banco de dados da pesquisa

Os dados sistematizados neste quadro permitem visualizar alguns possíveis sinais de conhecimentos e equívocos cometidos pelos estudantes quando constroem figuras simétricas. Observamos estudantes que conseguem demonstrar conhecimentos sobre congruência, ao inverter a posição das figuras, considerar o eixo como elemento de referência, demonstrar conhecimentos sobre congruência e equidistância, realizar a inversão da figura e, assim, manter a distância entre pontos. Contudo, observamos, no quadro acima, que, paralelamente aos indícios de conhecimento, há estudantes que apresentam equívocos ao inverter a figura, demonstrando dificuldade em relação à equidistância. Também não constroem uma figura congruente, não invertem a figura, desconsiderando o eixo como elemento de referência. A figura 8 a seguir mostra alguns desses indícios:

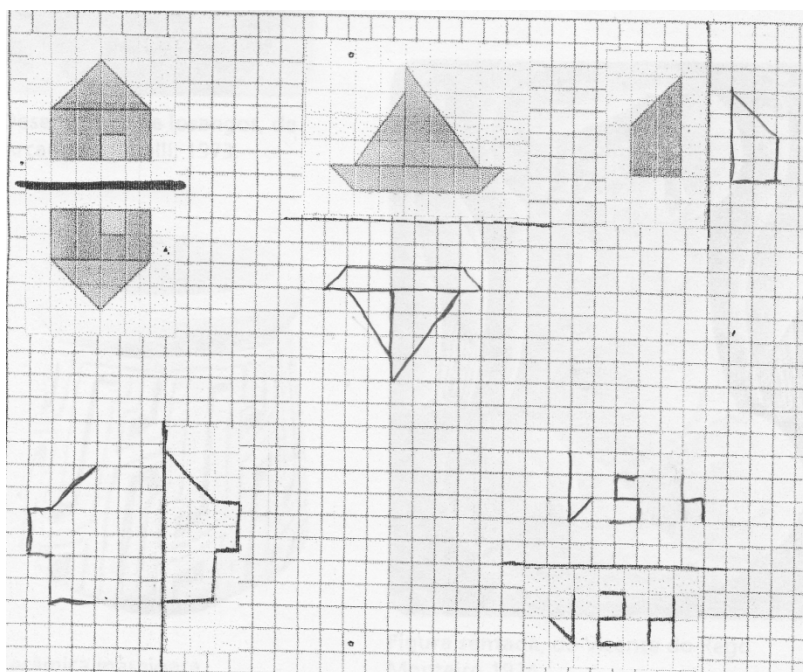


Figura 7 – Protocolo 1
Fonte: Banco de dados da pesquisa (2019)

Ao analisarmos a imagem acima, observamos que a estudante mobiliza conhecimentos de inversão da figura, mas lhe faltam conhecimentos sobre a congruência da figura (tamanho, forma). Também comete equívocos em relação à propriedade da equidistância e não mantém a mesma distância entre os pontos em relação ao eixo. De modo geral, os estudantes demonstram dificuldade em construir figuras simétricas.

Os resultados indicam que os estudantes mobilizaram diferentes conhecimentos sobre as propriedades da simetria. Contudo, esses conhecimentos são superficiais, sendo indispensável uma discussão mais profunda sobre as propriedades que constituem uma figura simétrica, assim como sobre os tipos de simetria e sobre o eixo de simetria como variável importante para mobilizar conhecimentos sobre as propriedades.

Ressaltamos que o conhecimento sobre o conteúdo da simetria não se restringe a aspectos conceituais, fatos e procedimentos. Concordamos com Shulman (1986) quando afirma que o conhecimento do conteúdo envolve uma compreensão histórica e epistemológica. Além disso, concordamos com o autor por defender que o desconhecimento desses conceitos poderá afetar tanto o que os futuros professores irão ensinar como a forma como irão fazê-lo.

6 Conclusões

A partir deste breve panorama acerca do conhecimento dos graduandos de Pedagogia sobre a simetria, identificamos que os índices de acerto foram baixos em todas as questões. Mas isso não significa ausência total de conhecimentos sobre o assunto. Isso porque os estudantes cometiam erros em relação às propriedades da simetria, ao mesmo tempo em que apresentavam noções sobre igualdade, conservação de medidas, demonstrando um conhecimento intuitivo sobre o conceito de invariância da figura. Contudo, tais conhecimentos foram insuficientes para resolver as diversas situações-problema dos livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental que apresentavam diversas variáveis didáticas como: tipo de simetria, posição do eixo, tipos de figuras, figuras no contexto da arte, entre outros.

De modo geral, os equívocos apontaram para ausência de conhecimento sobre os conceitos de congruência da figura e equidistância; tipo de simetria e posições do eixo; também demonstram haver dificuldades em apreciar e reconhecer simetrias no contexto da arte. Da mesma forma, vê-se que os estudantes apresentam muita dificuldade em expressar conhecimentos por meio de desenhos, ao fazerem construções em malha quadriculada. Os indícios de conhecimento e equívocos possibilitaram pensar em intervenções didáticas mais adequadas.

Entender o conhecimento ou desconhecimento que o estudante de Pedagogia possui sobre os conteúdos matemáticos é um caminho necessário na formação do pedagogo. Isso porque, à medida que os estudantes se apropriam dos conceitos que constituem determinado conhecimento, passam a ter domínio de algumas ferramentas para compreensão de processos que os alunos utilizam para resolução dos problemas apresentados na matemática e outras áreas de conhecimento. Nesse sentido, pensamos que os resultados obtidos nesse estudo podem fundamentar ações de ensino que impactem positivamente na formação matemática dos Pedagogos, pois o domínio dos conteúdos específicos em diversas áreas do ensino é fundamental para formação e atuação desses profissionais.

Referências

- Alves, D. S. (2005) *Simetria Axial: Uma sequência didática para alunos da 6ª série com o uso de software de geometria dinâmica*. Dissertação (Mestrado em educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação. Centro de Educação. Universidade Federal de Pernambuco. Recife, PE. Retirada em 15 de novembro, 2019, de: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/4686>
- Ball, D. L.; Thames, M. H.; & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59, n. 5, Nov./Dec. p. 389-407. Retirada em 16 de novembro, 2018, de: <https://www.math.ksu.edu/~bennett/onlinehw/qcenter/ballmkt.pdf>
- Barros, A. P. A. C. (2016). Conhecimento de professores alfabetizadores sobre a utilização e jogos no ensino de matemática. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica. UFPE, Recife, PE. Retirada em 29 de fevereiro, 2020, de: <https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/29223/1/DISSERTA%c3%87%c3%83%20Ana%20Paula%20de%20Araujo%20Cavalcanti%20de%20Barros.pdf>
- Ministério da Educação (MEC). 2014. *Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Geometria*. Brasília, DF: MEC, SEB.
- Ministério da Educação (MEC). 2010 *Guia do Livro Didático: Matemática. Séries/anos finais do Ensino Fundamental*. PNLD. Brasília, DF: MEC, SEB.
- Curi, E. (2005). *A matemática e os professores dos anos iniciais*. São Paulo: Musa.
- Deslange, S. F. (2000). *Pesquisa social: teoria, método e criatividade*. Petrópolis: Vozes.
- Jaime, A. P.; & Guitérrez, A. R. (1996). *El grupo de las Isometria: Del Plano*. Madri: Editorial Síntesis.
- Lopes, M. L. L.; & Nasser, L. (1996) *Geometria: na era da imagem e do movimento*. Rio de Janeiro: UFRJ.
- Lorenzato, S. (2006) *Para aprender matemática*. Campinas, SP: Autores Associados.
- Mega. É. *Ensino (2001). Aprendizagem da rotação na 5ª série: um estudo comparativo em relação ao material utilizado*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001. Retirada em 30 junho, 2018,

de: [www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/elio Mega.pdf](http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/elio_Mega.pdf)

Moretti, M. T.; & Hillesheim, S. F. (2018). Linguagem natural e formal na Semioesfera da aprendizagem matemática: o caso da Geometria para a formação do Pedagogo. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana (EM TEIA)*. V. 9, n.1, UFPE/EDUMATEC, Recife, PE. Retirada em 29 de fevereiro, 2020, de: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/235848/pdf> acessado em 29/02/2020

Pavanello, R. M. A (2003). Pesquisa na formação de professores de matemática para a escola básica. *Educação Matemática em Revista*, n. 15, p.8-13, 2003.

Pires, C.M.C. (2005). *Educação Matemática: os desafios de uma área de conhecimento em construção*, (apresentação de Trabalho/Conferência ou palestra). Disponível em: <<http://pt.slideshare.net/michaelmelo/educacao-matematica>>.

Ponte, J. P. (1994). O professor de matemática: Um balanço de dez anos de investigação. *Quadrante*, v. 3, n. 2, p. 79-114. Retirado em 13 de agosto, 2018, de: <https://quadrante.apm.pt/index.php/quadrante/article/view/403>

Rohde, G. (1997). *Simetria: Rigor e imaginação*. Porto Alegre: Edipucrs.

Santos, L. F. (2010). **Pintar, dobrar, recortar e desenhar**: o ensino da Simetria e das Artes Visuais em livros didáticos de matemática para séries iniciais do Ensino Fundamental. 217 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE. Retirada em 01 de março, 2020, de: https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/3915/1/arquivo57_1.pdf

Santos, L. F., & Teles, R. A. (2012). Pintar, dobrar, recortar e desenhar: o ensino da Simetria e Artes Visuais em livros didáticos de matemática para os anos iniciais do ensino fundamental. *Bolema*, v. 26, n. 42, p. 291-310, abril. Retirado em 13 de setembro, 2016, de: <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v26n42a/13.pdf>

Scheibe, L., & Durli, Z. (2011). Curso de Pedagogia no Brasil: olhando o passado, compreendendo o presente. *Educação em Foco*, Minas Gerais, v. 14, n. 17, p. 79-109, julho.

Siqueira, J. E., Lima, P. F., & Gitirana, V. (2004). Explorando a simetria de reflexão: uma

sequência didática no Cabri-Géomètre. *Anais do 8º Encontro Nacional de Educação Matemática*. ENEM (1-14), Recife: Sociedade Nacional de Educação Matemática. Retirado em 15 de agosto, 2018, de: <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/10/CC02770793497.pdf>

Shulman, L. S. (1986) Those who understand: the knowledge growth. *Teaching Educational Researcher*, p.4-14, fev. Disponível em: http://www.fisica.uniud.it/URDF/masterDidSciUD/materiali/pdf/Shulman_1986.pdf

Teles, R. A. M. (2018). Conhecimentos docentes X decisões didáticas: possíveis reflexões no processo de avaliação da aprendizagem. In: VIII Encontro Mineiro de Educação Matemática (EMEM), 2018, Ituiutaba, Minas Gerais. Anais do VIII Encontro Mineiro de Educação Matemática (EMEM). Ituiutaba: Sociedade Brasileira de Educação Matemática - Regional Minas Gerais, 2018. v. único. p. 1-10. Retirada em 20 de fevereiro, 2020, de: <https://app.eventmaster.com.br/event/viiiemem/site/embed/ANAIS.pdf> (p. 82 a 92).

Weyl, H. (1997) *Simetria*. Trad. Victor Baranauskas. São Paulo: Edusp.