

# Livro didático: análise dos efeitos decorrentes de situações envolvendo o número racional em contexto socioambiental

**Resumo:** O artigo apresenta os resultados de uma pesquisa sobre os efeitos didáticos decorrentes da aplicação de uma sequência de atividades, extraída do livro didático de matemática, subsidiadas no contexto socioambiental (desflorestamento) para abordar os significados parte-todo e operador multiplicativo do número racional. A sequência didática foi aplicada com 46 estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental (em uma escola pública municipal da Região Metropolitana do Recife). As análises dos resultados encontram respaldo na Teoria das Situações Didáticas e no uso dos contextos extramatemáticos. Ao final do processo concluímos que o uso da temática socioambiental como contexto, nas diferentes situações didáticas e a-didáticas, pode ser caracterizada como um pretexto, uma vez que não amplia os aspectos conceituais inerentes ao objeto matemático. Neste estudo de caso, constatamos que para solucionar os problemas, os estudantes se desvinculam do contexto e se apoiam no próprio repertório de conhecimentos para elaborar as estratégias de resolução.

**Palavras-chave:** Efeitos didáticos. Situações didáticas. Número racional. Contexto.

## Textbook : analysis of the effects resulting from situation involving the rational number in a socio-environmental context

**Abstract:** The article present one analysis of didactic situations that use the socio-environmental context (deforestation) to explorer the significats of the rational number (part-whole and operator). These situations were extracted from a 6th grade elementary school math book and answered by 46 students from a public school in the Metropolitan Region of Recife. The study aimed to: analyze the didactic effects that emerged in the contextualization of the mathematical object. The results and discussions presented are based on the Theory of Didactic Situations the in use of the context and the context as a pretext. Therefore, we conclude: the

### Luciana Silva dos Santos Souza

Doutora em Ensino das Ciências e Matemática (UFRPE) e Doutora em Science de l'Éducation (Université Lumière – Lyon 2). Professora da Universidade de Pernambuco (UPE). Pernambuco, Brasil.

 [orcid.org/0000-0001-7684-8006](https://orcid.org/0000-0001-7684-8006)

✉ [luciana.santos@upe.br](mailto:luciana.santos@upe.br)


### Daniella Cristina Silva dos Santos

Doutora em Ensino das Ciências e Matemática (UFRPE). Professora na Rede Pública de Ensino Municipal de Recife. Pernambuco, Brasil.

 [orcid.org/0000-0002-2308-2710](https://orcid.org/0000-0002-2308-2710)

✉ [daniela.c.santos09@gmail.com](mailto:daniela.c.santos09@gmail.com)

Recebido em 29/03/2020  
Aceito em 26/05/2020  
Publicado em 02/06/2020

eISSN 2675-1933  
 [10.37853/pqe.e202016](https://doi.org/10.37853/pqe.e202016)



socio-environmental theme as a context to anchor the situations proposed in the mathematical textbook can be characterized as a pretext, as it does not expand the conceptual aspects inherent to the mathematical object. In this case, students disconnect from the context and rely on their own repertoire of knowledge to solve the problems.

**Keywords:** Didactic effects. Didactic situations. Rational number. Context.

### **Libro de texto: análisis de los efectos resultantes de situaciones que involucran el número racional en un contexto socioambiental**

**Resumen:** El artículo presenta los resultados de una investigación sobre los efectos didácticos resultantes de la aplicación de una secuencia de actividades, extraída del libro de texto de matemáticas, subsidiada en el contexto socioambiental (deforestación) para abordar los significados de parte-todo y el operador multiplicativo del número racional. La secuencia didáctica se aplicó a 46 estudiantes del sexto año de la escuela primaria (en una escuela pública municipal en la Región Metropolitana de Recife). El análisis de los resultados está respaldado por la Teoría de situaciones didácticas y el uso de contextos extramatemáticos. Al final del proceso, concluimos que el uso de temas socioambientales como contexto, en diferentes situaciones didácticas y didácticas, puede caracterizarse como un pretext, ya que no expande los aspectos conceptuales inherentes al objeto matemático. En este estudio de caso, encontramos que para resolver los problemas, los estudiantes se separan del contexto y confían en su propio repertorio de conocimiento para desarrollar estrategias de resolución.

**Palabras-clave:** Efectos didácticos. Situaciones didácticas. Número racional. Contexto.

## **1 Introdução**

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) surgem no Brasil com uma proposta educacional cujo intuito é romper com o desgastado e descontextualizado ensino e com as aprendizagens sem sentido. O documento de caráter oficial orienta os professores

quanto ao significado do conhecimento escolar quando contextualizado, ressaltando a importância da interdisciplinaridade. Para D'Ambrósio (2001) tratava-se de um instrumento necessário para fazer emergir uma nova postura na educação.

O documento emerge como uma tentativa de suscitar a ruptura com práticas pedagógicas baseadas na relação obsoleta de causa-efeito, indo além dos conteúdos tradicionais. Neste sentido, a proposta instituída a partir dos PCN, se tornou um marco na educação brasileira, uma diretriz curricular e didática para o ensino das disciplinas escolares.

Contrapondo-se a concepção dos PCN o ensino da matemática, por exemplo, ainda predomina as aprendizagens estabelecidas sem a devida construção de sentido por parte do(a) estudante, em parte resultantes da memorização e da repetição de técnicas e procedimentos de cálculo. Mas, há uma corrente de educadores matemáticos que sugerem a construção de conceitos matemáticos por meio da contextualização das situações problemas, com a utilização de contextos intra ou extramatemáticos, tal como na perspectiva apresentada por Sandovsky (2010 apud Santos, 2011).

Considerando a contextualização dos objetos matemáticos os Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco/Matemática para o Ensino Fundamental e Médio (Pernambuco, 2012), diz:

[...] a análise dessa situação conduz à definição, à generalização e à sistematização do conceito, que vai sendo construído ao longo do processo de aprendizagem. Por sua vez, os mesmos conceitos são retomados, posteriormente, em níveis mais complexos, de forma a levar o estudante a relacionar o que já sabia com o que virá a aprender em um novo contexto (p.24.).

No ensino da matemática, tal opção revela o intento de contextualizar os objetos matemáticos e, a subjacente preocupação, para com a criação de condições favoráveis à atribuição de sentido, pelos estudantes da Educação Básica aos referidos objetos. Contudo, reconhecendo que os objetos do saber matemático figuram no contexto intramatemático.

Dentre os contextos, desde os PCN, a temática socioambiental tem sido uma das mais exploradas nos livros de matemática, sobretudo nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental. Isto acontece, provavelmente, devido a sua forte relevância social e cultural. Nesse caso, o livro didático assume a função de formador social, visto que traz

informações essenciais para a formação de hábitos e atitudes diante das questões ambientais; muito embora, a função do livro didático fornecer informações e conhecimentos.

Em contrapartida, o uso desse tipo de contexto nos livros didáticos, pode favorecer interrelações entre os objetos matemáticos e eventos semi-realísticos, possibilitando que os estudantes construam significados práticos a partir de algo plausível, uma vez que toda problemática envolve fatores sociais, culturais, políticos, ambientais e econômicos.

Nesse âmbito, com relação ao ensino dos objetos matemáticos Santos (*Ibid.*) afirma que as questões socioambientais têm potencial para favorecer as imbricações entre diversos objetos de saber matemático das unidades temáticas números e operações, grandezas e medidas, probabilidade e estatística.

Mas, apesar de viabilizarem as correlações entre os objetos matemáticos a serem estudados e a realidade cotidiana do estudante, o uso de contextos também pode ocasionar distorções que desencadeiam obstáculos às aprendizagens. Essas correlações têm sido uma das muitas preocupações da Educação Matemática, pois quando são mal engendradas se tornam frágeis alicerces para aprendizagem em função dos efeitos didáticos indesejáveis que ocasionam.

A revisão de literatura realizada indica que poucas pesquisas focalizam os efeitos didáticos indesejáveis decorrente do uso de contextos (Santos 2011, 2015) e, o percentual de estudos é ainda menor em si tratando dos efeitos didáticos indesejáveis na aprendizagem acerca do número racional, seus diferentes significados e representações (a dissertação de Santos, 2010 investigou essa problemática).

Nesse sentido, o artigo tem como finalidade trazer contribuições para a discussão acerca da utilização do contexto socioambiental desflorestamento na resolução de problemas que envolvem o número racional, suas representações e significados, a partir da identificação dos efeitos didáticos que emergem na contextualização do objeto matemático.

Para tanto, o caminho metodológico trilhado tomou como referência as análises dos livros didáticos de matemática realizadas por Santos (2011), para amparar a seleção

da sequência didática cujo contexto contemplasse a temática socioambiental. Na ordem, realizamos a análise à priori das atividades constitutivas da sequência didática sugerida no livro de matemática, buscando antecipar as possíveis estratégias de resolução e os efeitos didáticos que poderiam emergir no processo de aplicação.

Para dar continuidade à investigação aplicamos a sequência didática com 46 estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública municipal da Região Metropolitana do Recife (RMR). A professora regente (voluntária da pesquisa), acompanhou a resolução das atividades seguindo as orientações dos autores do livro didático, contidas no manual do professor. Portanto, a professora participante mediu a sequência didática sem realizar modificações ou ajustes nas atividades.

Após a realização da análise à posteriori (com base nos protocolos de resolução dos estudantes), os resultados obtidos foram analisados à luz da Teoria das Situações Didática - TSD (Brousseau, 1996), na categorização dos contextos (Sandovsky, 2010) e do funcionamento do contexto como pretexto (Santos, *Ibid.*), para a resolução de problemas envolvendo os números racionais.

## **2 A contextualização nos livros de matemática: uso de contextos ou de pretextos?**

O estudo das situações de aprendizagem na qual o objeto matemático é contextualizado, isto é, ensinado por meio de um contexto externo ou interno à matemática, tem sido uma das grandes preocupações da Educação Matemática nos diversos níveis de escolaridade, quer seja em sua dimensão teórica ou em sua dimensão prática. O foco central é analisar o papel que o contexto desempenha na produção do conhecimento matemático, uma vez que, após a divulgação dos PCN (Brasil, 1996), houve uma considerável difusão da contextualização como procedimento de ensino.

Ao discutir sobre os múltiplos papéis do professor, Brousseau (1996) descreve o trabalho do matemático e o trabalho realizado pelo professor em sala de aula. Segundo o autor, o matemático descontextualiza os resultados que encontrou, despersonaliza os saberes que produziu, de modo que assumam uma forma mais genérica, para que sejam passíveis de comunicação. Na contramão desta lógica, o professor transforma sua sala de

aula em uma “microssociedade científica” para recontextualizar o conhecimento matemático. Nesse sentido:

[...] O professor tem, pois, de simular em sua sala de aula uma microssociedade científica, se quer que os conhecimentos sejam meios econômicos para colocar boas questões e resolver debates, se quer que as linguagens sejam meios de dominar situações de formulação e que as demonstrações sejam provas (Brousseau, 1996, p.38).

Por outro lado, o professor oferecer aos seus estudantes os meios para que descubram, “nessa história particular que os fez viver, aquilo que é o saber cultural e comunicável que se pretendeu ensinar-lhes”. (*Ibid.*, p.38). Para tanto, terá que procurar situações que deem sentido aos saberes matemáticos de modo que propiciem aos estudantes a re-despersonalização e a re-descontextualização desses saberes. Segundo Pavanello (2004) contextualizar seria o ato de apresentar o conteúdo matemático ao aluno por meio de uma situação problematizadora, de modo compatível com uma situação real que possua elementos que fomentem a construção de significado para o conteúdo abordado em sala de aula.

6

Para esta autora, contextualizar é instigar a comunicação de ideias sobre temas diversos, é provocar a necessidade de representar uma situação ou de discutir sobre essa situação e sobre as questões subjacentes que ela fomenta. Ou seja, contextualizar é o ato de colocar no contexto, isto é, uma ação premeditada para situar um indivíduo em relação a um lugar, a um tema, a um fato, no tempo e no espaço desejado. Lucas e Batista (2008), afirmam que a contextualização possibilita a aproximação do contexto social e temporal do aluno com o objeto matemático em estudo. As autoras deixam claro que é o processo de descontextualização do saber que possibilitará o acesso à estrutura dos objetos matemáticos. Ou seja, o aspecto fundamental do referido processo, consiste na identificação da estrutura constitutiva dos objetos de saber matemático, estrutura essa que compreende as características universais.

Para Sadovsky (2010) o papel do contexto na produção do conhecimento matemático compreende o termo “contexto” como um cenário em que os traços essenciais do trabalho na disciplina sejam respeitados, levando em conta os conhecimentos dos alunos. A autora considera duas formas de contextualização dos objetos matemáticos, uma por meio do contexto intramatemático (situações em que o

referencial para reflexão incide sobre as propriedades matemáticas) e, a outra, mediante a utilização de contextos extramatemáticos (contexto da semi-realidade ou da realidade que envolvem aspectos do cotidiano ou de outras ciências, sendo eles fictícios ou reais).

No âmbito da Educação Matemática, Sadovsky (*Ibid.*, p.89) ressalta que “há quem sustente a necessidade de situar, sempre que possível, a fonte do sentido nos contextos extramatemáticos, pois são eles que realmente possibilitam ao aluno compreender o funcionamento dos conceitos”. Enquanto Pais (2002, p.27), complementa a ideia anterior ao afirmar que “o valor de uma disciplina expande na medida em que o aluno compreende os vínculos do conteúdo estudado com um contexto compreensível para ele”.

Considerando os argumentos iniciais, as posturas docentes que optam por iniciar a abordagem dos conteúdos curriculares com base nas vivências, nos fatos ou eventos contextuais (socioculturais e/ou ambientais), constroem ligações mais próximas da vida dos estudantes e potencializam a interlocução com outras áreas do conhecimento, ampliando as condições necessárias à construção de significados.

Para Sandovsky (2010, p.98) “o desafio didático consiste em não equiparar os contextos extramatemáticos aos contextos intramatemáticos, é fundamental que o docente tenha certo controle didático sobre as referências que propõe”. Desse modo, ao ensinar matemática a partir da contextualização do objeto de saber o professor não deve perder de vista o saber de referência, pois o processo de contextualização não se restringe apenas aos contextos de ordem social ou cultural (externo), mas também a contextos internos à Matemática. A adoção da contextualização como ferramenta metodológica pressupõe um movimento no sentido da recontextualização do saber para níveis cada vez mais complexos, em que o estudante supera o conhecimento empírico e tudo isto poderá ser alcançado quando o saber em jogo é contextualizado (Amarilha & Pais, 2008).

Nos livros de matemática aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD, 2010, 2013 e 2016) as tentativas de articulação entre o objeto de saber e os contextos (sejam realísticos ou fictícios), vêm se intensificando. As propostas pedagógicas desses manuais estão repletas de atividades em que os autores fazem uso

de contextos extramatemáticos.

A pesquisa realizada por Santos (2011) aponta que a temática ambiental tem sido uma das mais exploradas nos livros de matemática, embora, muitas das iniciativas dos autores, em relação à contextualização são extremamente artificiais. A autora ainda constata, que os autores criam apenas um cenário, para trazer à cena os objetos matemáticos que deverão ser ensinados. O contexto externo à matemática em si pode vir a ser “uma forma de dar sentido ao plano existencial do aluno, pois é através do compromisso com o contexto por ele vivenciado, fazendo com que aquilo que ele estuda tenha um significado autêntico” (Pais, 2002, p.28).

No entanto, não basta apenas contextualizar os objetos do saber para situar o aluno, além disso, o professor precisa diversificar as situações didáticas para ampliar as chances de êxito do estudante na atividade matemática e, por conseguinte, para criar diferentes condições de aprendizagem. Pois, a modificação do estatuto de saberes que o aluno já possui, pressupõe o trânsito do aluno por diferentes situações didáticas e adidáticas, no dia a dia da sala de aula, de acordo com as contribuições teóricas de Brousseau (2000).

### **3 Os fatores condicionantes do jogo didático: possibilidades ou desafios?**

Ao reconhecer a contextualização como um procedimento metodológico para o ensino de matemática, nós professores assumiremos a responsabilidade de transitar por uma via de mão dupla, que pressupõe idas e vindas relacionadas à condução do processo de ensino e à mediação das aprendizagens. Nesse trânsito certamente haverá a necessidade de (re)construir mecanismos de ensino e aprendizagem, uma vez que o uso de contextos extramatemáticos poderão demandar conhecimentos que extrapolam as fronteiras da Matemática.

Tal conduta será coerente se emprendermos esforços para que as situações didáticas propostas em sala de aula não fiquem restritas a ludicidade e a materialidade dos saberes a ensinar, mas que possibilitem o trânsito dos estudantes por diferentes situações e dispositivos de aprendizagem, que o desafiem e o instiguem a suprir a insuficiência de seus conhecimentos.



As situações de ensino e dispositivos de aprendizagem possibilitam a interação entre professor, aluno e o saber, mas, também, o confronto de ideias e o compartilhamento de conhecimentos entre os pares, ampliando o emprego de novos conhecimentos, inclusive em circunstâncias externas à sala de aula. O sistema didático se constitui na presença dos três entes mencionados e funciona sob a influência de múltiplos fatores, dentre os quais o contrato didático, a transposição didática interna, da relação ao saber do professor e do estudante; da gestão do tempo didático em função dos diferentes tempos de aprendizagem; mas, sobretudo pelas situações didáticas e a-didáticas promovidas mediante a utilização dos meios de ensino.

O meio didático (*milieu*) é definido por Brousseau (1996, p. 89) como sendo “um sistema antagonista do sistema ensinado”, organizado para promover o(s) jogo(s) do estudante em situação a-didática. Para Brousseau o meio é fator de contradições e desequilíbrios (devido ao repertório de conhecimentos insuficientes), que suscitam as adaptações (agregando novos conhecimentos). Esse processo cognitivo revela a aprendizagem do sujeito (estudante), em função das novas e eficazes respostas que ele produz, face aos problemas que lhe são propostos. Assim sendo, à medida que o estudante progride, “a representação cultural e didática do meio deverá aproximar-se da realidade e as relações do sujeito com esse meio deverão empobrecer-se em intenções didáticas” (*Ibid.*, p. 89).

Dito de outro modo, o estudante é comparado a um jogador que constrói as estratégias que conduzem ao sucesso ou ao fracasso, utilizando a gama de conhecimentos que dispõe ao mesmo tempo em que tenta acomodar outros conhecimentos relativos ao objeto de saber. O papel do professor neste processo, consiste em nortear as escolhas do “jogador” (estudante), para que ele acione dentro das suas possibilidades e dos conhecimentos que dispõe, o mais adequado para dispor de uma “jogada” precisa, eficaz. Do mesmo modo, é importante enfatizar que o “campo” onde esse jogo é jogado, na verdade, corresponde ao “meio didático”.

Segundo Santos (2010) ao elaborar, planejar ou vivenciar uma situação didática, o professor seleciona os meios que propiciarão a aproximação do aluno em relação ao objeto do conhecimento que ele deseja ensinar. Para tanto, utiliza diversos recursos,

dentre os quais destacamos o livro didático. Neste estudo o meio didático utilizado para promover a interação e fazer evoluir a aprendizagem acerca do número racional foi uma sequência didática, proposta em um dos livros didáticos de matemática, aprovado sistematicamente no PNLD desde 2011.

O referido dispositivo de ensino está ancorado em diferentes situações didáticas e a-didáticas, à saber: a situação de *problematização* (com a finalidade de identificar os conhecimentos prévios dos estudantes para refletir, questionar, debater sobre a temática); as situações de *ação* (cujo objetivo consistiu no favorecimento da expressão das ideias preliminares e a troca de informações entre as crianças); as situações de *formulação* (sem a intervenção da professora regente esse tipo de situação oportunizou a criação de hipóteses e estratégias para resolver os problemas propostos); as situações de *validação* (tinham o propósito de fomentar a experimentação e a comprovação das hipóteses e estratégias mobilizadas no processo de resolução dos problemas). Posteriormente, coube a professora regente a condução do processo de devolução e a mediação da situação de *institucionalização*.

10

As situações constituintes da sequência didática (SD), descrita e analisada posteriormente, tem potencial para que sejam instituídas relações (didáticas e epistêmicas), entre a professora, os estudantes para com um objeto de saber específico. Neste caso, o número racional, o significado parte-todo nas representações figural, fracionária e percentual.

Partindo do pressuposto de que no processo de elaboração da referida SD os autores manipularam uma série de variáveis didáticas (enunciados, comandos, informações, ilustrações, imagens) e os seus respectivos valores com o intuito de criar as condições necessárias para promover a interação do estudante nas situações, a partir do seu repertório de conhecimentos, nos indagamos sobre *quais seriam os possíveis efeitos didáticos, decorrentes da utilização do contexto socioambiental no processo de resolução dos problemas envolvendo o número racional?*

Essa problemática é pertinente, pois segundo Brousseau (1996) as variáveis didáticas ditam comportamentos distintos e influenciam as estratégias mobilizadas pelos estudantes. Ou seja, o estudo da gênese e a análise dos efeitos didáticos pressupõe

o estudo das variáveis didáticas. Assim sendo, Brousseau (*Ibid*, p. 41) afirma que:

[...] identificar esses fenômenos significa construir um “modelo” dos protagonistas em presença, das relações e dos constrangimentos que os ligam uns aos outros, e mostrar que o jogo desses constrangimentos produz sem dúvida efeitos e o desenvolvimento observados.

Os efeitos indesejáveis à consolidação das aprendizagens estão associados ao contrato didático estabelecido entre o professor e os estudante em relação ao saber (Santos, 2010; Almeida & Lima, 2011). Contudo, a ocorrência desse tipo de efeito é episódica e não significa o fracasso das ações educativas. Pais (2002, p.89) afirma: “não há garantia de que, tendo ocorrido tal situação, o aluno esteja impossibilitado de aprender, pois a aprendizagem é um fenômeno não redutível a uma única dimensão.” Na Teoria das Situações Didáticas, Brousseau (1996) descreve alguns desses efeitos de contrato<sup>1</sup>, dentre os quais:

- *O efeito Topázio*<sup>2</sup> - neste caso, o professor tenta de evitar o fracasso da situação didática tomando para si o papel que é do estudante que consiste em encontrar a resposta para o problema que lhe foi proposto. As respostas a serem apresentadas pelo estudante são determinadas previamente pelo professor, assim como as questões a que estas respostas devem ser dadas. Para que evocar o surgimento da resposta correta o professor lançará mão do seu repertório de dicas, sugestões e questionamentos mais fáceis para alcançar o significado máximo para o máximo de estudantes (Brousseau, 1996, p. 42).
- *O efeito Jourdain*<sup>3</sup>, também denominado como *mal entendido fundamental*, é uma forma de efeito Topázio, pois é uma tentativa do professor de evitar o debate acerca do conhecimento (com o estudante) e a constatação do fracasso por meio do reconhecimento de indícios do conhecimento nas respostas e comportamentos do estudante, mesmo tendo consciência da inconsistência e fragilidade das mesmas (uma vez que, estas respostas são motivadas por causas e significações banais (*Ibid*,

---

<sup>1</sup> Na TSD, Brousseau faz menção a outros tipos de efeitos didáticos (O efeito Pigmeleão ou efeito das expectativas, o uso abusivo da analogia e o envelhecimento das situações de ensino), entretanto, nos abstermos da descrição nessa produção textual por não terem ocorrido.

<sup>2</sup> O efeito didático recebe o nome de Topázio em referência a uma das personagens (Topázio - o professor) da peça teatral de Marcel Pagnol (1928). (Ver Brousseau, 1996, p. 42).

<sup>3</sup> Referência à cena do livro *Bourgeois Gentilhomme*.

p.43).

- *O deslize metacognitivo* ocorre quando a situação de ensino fracassa e o professor substitui o estudo do verdadeiro conhecimento matemático por suas explicações e meios heurísticos. “O professor então substitui o discurso científico por um discurso fundamentalmente ligado ao senso comum. Promove, assim, um deslize, uma ruptura e um deslocamento do objeto de saber.” (Almeida & Lima, 2011). “Nesse processo quanto mais comentários e convenções produz a atividade de ensino, menos os estudantes conseguem controlar as situações que lhes são propostas” (Brousseau, 1996, p.43).

Além dos efeitos supracitados, outro que é bastante mencionado na literatura científica, foi identificado e descrito nas pesquisas de Stela Baruk (IREM – Grenoble in Henry, 1991), como sendo o efeito *Idade do Capitão*. Em resposta ao problema irresolúvel (“Em um barco existem 26 carneiros e 10 cabras. Qual é a idade do capitão?”), 78% dos 97 estudantes franceses calcularam a idade do capitão operando com os dados do enunciado.

O desafio que se apresenta para o trabalho docente, diz respeito a modelização, do controle e da devolução das situações de ensino, principalmente por meio da manipulação das variáveis de modo a favorecer a construção do conhecimento matemático. Para tanto, o livro didático tem sido a fonte desses modelos e a ferramenta de controle mais utilizada pelos professores da Educação Básica.

#### **4 O número racional: como favorecer a construção dos seus significados?**

Nas práticas sociais um mesmo número racional poderá ser representado de diferentes modos, como por exemplo a fração  $\frac{3}{4}$  pode significar a vazão de uma torneira (três quartos de polegada) ou a medida de capacidade de um recipiente em uma receita (três quartos de uma xícara de trigo). A mesma fração pode ser expressa na representação percentual (75% de desconto) ou decimal (0,75 m de comprimento de um fio) ou ainda, a escala em um desenho arquitetônico (três para quatro/3 : 4).

As representações simbólicas exemplificadas (fracionária, decimal, percentual,

pictórica, etc.) podem estar associadas à diferentes significados do número racional, dentre os quais: parte-todo, razão entre duas grandezas, medida, quociente de uma divisão ou proporção. Entretanto, no livro didático de matemática tais representações e significados são encontrados/discutidos em capítulos distintos. Portanto, cabe ao professor a responsabilidade pela diversificação das situações que propõe em sala de aula, de modo que as estratégias didáticas favoreçam não apenas os tratamentos e as conversões entre as representações, mas, que ampliem as chances dos estudantes construírem diferentes significados para o número racional. Nesse sentido, Raymond Duval (2005) ao propor a Teoria dos Registros de Representação Semiótica afirma que a construção do sentido acerca do objeto matemático ocorre quando o estudante é capaz de estabelecer relações entre os signos (representações) e os significantes (situações e contextos). Assim sendo, só há significação para aquilo que tem sentido.

Nesses termos, a construção do sentido demanda “a mudança de registro, uma vez que os objetos de saber deste campo do conhecimento tornam-se acessíveis mediante as representações semióticas” (*Ibid.*, p.21). Desse modo, quanto mais se operam as mudanças (tratamentos e conversões) entre os registros de representação (figural, numérico, algébrico, etc.), maior a possibilidade de construção de significados.

A pesquisa realizada por Santos (2010) indica que as abordagens acerca dos números racionais (seja no livro de matemática ou por iniciativa do professor), têm início com a construção do significado parte-todo do número racional a partir da representação fracionária do inteiro de natureza contínua e discreta. Todavia, a autora se respalda em estudos precedentes (Romanatto, 1999; Catto, 2000; Silva, 2005; Machado, 2007; apud Santos, *Ibid.*), para afirmar que a organização das propostas nos livros didáticos de matemática parece não favorecer a articulação entre os diferentes registros de representações e os significados do número racional.

Nesse sentido, a referida pesquisa aponta que nos livros didáticos analisados tendem a adotar o significado parte/todo do número racional preferencialmente como fração, parte ou pedaço do inteiro, com o intuito de atribuir sentido aos contextos (cenários) utilizados ao didatizar o referido objeto de saber. Mas, apesar de serem situações comumente vivenciadas em sala de aula, a proficiência matemática dos

estudantes da Educação Básica (decorrente de resultados das avaliações externas, como a Prova Brasil), indicam que a aprendizagem acerca dos números racionais está aquém do desejável. Considerando os pressupostos, a SD selecionada para investigar os efeitos didáticos, explora o significado parte-todo do número racional e requer do estudante a capacidade de realizar conversões entre os registros pictórico, fracionário e percentual do inteiro (contínuo e discreto).

Para tanto, seria necessário que o estudante tivesse uma compreensão já consolidada acerca da inclusão de classes, da (re)composição do inteiro, da nomenclatura das frações e do processo de conversão entre as representações.

## 5 Percurso metodológico da investigação

A pesquisa consiste nas análises qualitativas à priori e à posteriori de uma sequência didática (SD) extraída do livro de matemática do 5º ano do EF (aprovado desde o PNLD 2014). A sequência é composta por atividades que usa o contexto desflorestamento da Região Amazônica para explorar significados e representações do número racional. A análise das atividades aconteceu em etapas conforme descritas no Tabela 1 apresentada abaixo.

Tabela 1 – Etapas da Pesquisa

ETAPAS	FINALIDADE
1ª) Seleção da SD nos livros didáticos analisados por Santos (2011)	Identificar o meio didático.
2ª) Análise à priori das variáveis didáticas e dos valores eleitos pelos autores da obra.	Antecipar os possíveis efeitos que emergiriam no processo de resolução.
3ª) Aplicação da SD (compostas por situações de problematização, ação, formulação e validação).	Fomentar situação didática e a-didáticas que seriam vivenciadas.
4ª) Observação e registro dos fenômenos didáticos (contrato didático e da relação ao saber e dos estudantes e da professora).	Registrar nos diários de campo (instrumento subsidiário para a análise à posteriori).
5ª) Análise à posteriori	Confrontar as hipóteses iniciais com os resultados obtidos com a aplicação da SD; Analisar das respostas e registros dos estudantes nos protocolos; Identificar os efeitos didáticos.

Fonte: Elaborado pelas autoras

A aplicação da SD selecionada envolveu 46 estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental (EF) de uma escola pública municipal da Região Metropolitana do Recife. As pesquisadoras não interferiram nas decisões didáticas e o processo de aplicação foi conduzido pela professora de Matemática da turma de acordo com as orientações do manual do professor contidas na obra. Nesse sentido, destacamos que a professora dividiu a SD em duas sessões de 3 horas/aula, (cada uma das sessões teve duração de 2 horas e 30 minutos).

### 5.1 Caracterização das secções

Primeira seção - situação didática de problematização cuja variável didática manipulada pelos autores foi uma imagem para fomentar a interação dialógica entre a professora e os estudantes acerca dos impactos ambientais decorrentes do desflorestamento (Figura 1).


FLORESTAS	
	Reúna-se com seu colega e responda as questões sobre a foto. a. Para vocês, o que mais chama a atenção na foto? Por quê? b. Vocês já viram uma cena parecida como essa? Se sim, onde? c. Vocês sabem o que acontece com os animais de uma floresta quando ocorre uma queimada? d. O quê vocês sabem sobre a vegetação de uma floresta após uma queimada? e. Na opinião de vocês, a ação do fogo é positiva ou negativa para o solo?
Queimada na floresta amazônica	

Figura 1 – Atividade de problematização  
Fonte: Projeto Pitangá Matemática, Editora Moderna, 2014.

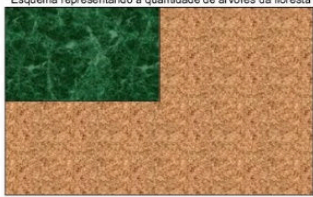
A discussão promovida nesta seção favoreceu a aquisição e a ampliação do vocabulário dos estudantes quanto a conceitos relacionados ao tema socioambiental, informações importantes para interpretação dos enunciados das questões.

Segunda seção - duas atividades (Figura 2), em ambas a variável didática utilizada foi o registro pictórico do inteiro contínuo (região poligonal retangular), para

representar as áreas devastadas e remanescentes após a queimada. Os valores dessa variável são os significados parte todo e operador multiplicativo do número racional.

1. Uma floresta foi parcialmente destruída por um incêndio. Antes da destruição, havia cerca de 100.000 árvores distribuídas por toda a floresta. Com o incêndio essa quantidade foi reduzida, conforme mostra o esquema.

Esquema representando a quantidade de árvores da floresta



Legenda:

- Quantidade de árvores que resistiram ao incêndio
- Quantidade de árvores destruídas pelo incêndio

Agora, a partir do esquema responda:

- Quantas árvores foram destruídas?
- Quantas árvores resistiram ao incêndio?
- Se for plantado o dobro da quantidade de árvores que resistiram ao incêndio, quantas árvores faltarão para recompor a floresta?
- O que você acha que poderia ser feito para reconstruir a floresta?

2. Leia e resolva o problema em seu caderno.

Uma floresta teve  $\frac{1}{4}$  de sua área devastada. Um projeto propunha o reflorestamento da terça parte dessa área. Um outro projeto propunha o reflorestamento da quarta parte dessa área.

a) Qual fração representa o reflorestamento proposto pelo primeiro projeto em relação à área total da floresta?  $\frac{1}{12}$

b) Qual fração representa o reflorestamento proposto pelo segundo projeto em relação à área total da floresta?  $\frac{1}{16}$

c) Qual projeto indica a maior área a ser reflorestada?

d) Represente geometricamente a proposta de cada projeto.

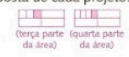




Figura 2 – Atividades 1 e 2

Fonte: Projeto Pitangüá Matemática, Editora Moderna, 2014, p. 99 e 118.

Nas situações de ação (atividade 1), formulação e validação (atividade 2), os estudantes deveriam correlacionar as informações contidas no enunciado e na ilustração suporte para realizar tratamentos (no registro de partida – pictórico) e conversões (registro de chegada fracionário, em linguagem natural para responderem as atividades. Nessa etapa, as crianças trabalharam de forma autônoma. A professora regente circulou entre os estudantes para observar o desenvolvimento das atividades sem interferir no processo de resolução (determinar frações do inteiro contínuo mediante o estabelecimento de relações parte/todo e parte/parte).

## 6 Resultados e discussão

Os efeitos didáticos que emergiram no processo de condução e aplicação da sequência didática decorrem do contrato didático estabelecido em sala de aula, cujas regras mais explícitas estavam associadas ao trabalho em grupo, ao estímulo a resolução dos problemas com autonomia e à composição do painel de soluções encontradas no quadro (correção coletiva dos problemas). Para discutir os efeitos didáticos, cruzamos as análises à priori, com as observações nos diários de campo e dos registros escritos pelos estudantes nos protocolos de resposta para verificarmos a pertinência do contexto



socioambiental para o estabelecimento de relações entre os aspectos concernentes ao objeto matemático.

### 6.1 Primeira seção: problematização

O propósito da atividade foi utilizar o contexto para aproximar o aluno do objeto matemático (números racionais) nas atividades seguintes. Ao eleger o contexto socioambiental para abordar o objeto matemático estaríamos ampliando a chance do estudante para atribuir sentido ao objeto de estudo. Neste caso, a análise dos protocolos revelou que os estudantes tinham pouco conhecimento acerca do tema. As ideias apresentadas foram coerentes, porém do senso comum, conforme podemos observar no protocolo 8. Ao nosso ver, este aspecto interferiu no entendimento dos enunciados das questões, mas o processo de contextualização exige do mediador da situação didática (professora de matemática) não apenas o conhecimento acerca do objeto matemático, mas, também, acerca do contexto em questão.


<p style="text-align: center;"><b>Florestas</b></p>  <p style="text-align: center;">Queimada na Floresta Amazônica</p> <p>➤ Reúna-se com seu colega e responda as questões refletindo sobre a foto:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Para vocês, o que mais chama a atenção nessa foto? Por quê? <i>Porque a causa do desmatamento da floresta e a queimada.</i></li><li>• Vocês já viram uma cena parecida com essa? Se sim, onde? <i>Não, nunca vi uma coisa como essa na minha vida.</i></li><li>• Vocês sabem o que acontece com os animais de uma floresta quando ocorre uma queimada? <i>Perdem seu lar e acabam ficando em extinção.</i></li><li>• O que vocês sabem sobre a vegetação de uma floresta após uma queimada? <i>A terra perde os nutrientes que ela fica sem alimento.</i></li><li>• Na opinião de vocês, a ação do fogo é positiva ou negativa para o solo. Expliquem. <i>Positiva, por causa de outras vidas que estavam destruindo como pássaros, cobras, capivara, etc.</i></li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Para vocês o que mais chama atenção nessa foto? Por quê? <b>[Resposta].</b> <i>Porque causava desmatamento da floresta e aquecimento global.</i></li><li>• Vocês já viram uma cena parecida com essa? Se sim, onde? <b>[Resposta].</b> <i>Não. Nunca vi uma coisa como essa na minha vida.</i></li><li>• Vocês sabem o que acontece com os animais de uma floresta quando ocorre uma queimada? <b>[Resposta].</b> <i>Os animais perdem seu lar e acabam ficando em extinção.</i></li><li>• O que vocês sabem sobre a vegetação de uma floresta após a queimada? <b>[Resposta]</b> <i>A terra perde os nutrientes que e ela fica sem alimento.</i></li><li>• Na opinião de vocês a ação do fogo é positiva ou negativa para o solo. Expliquem. <b>[Resposta]</b> <i>Positiva, por causa de outras vidas que estavam destruindo como pássaros, cobras, capivara, etc.</i></li></ul>
---	---

Figura 3 – Atividade e respostas apresentadas no protocolo 8.  
Fonte: Elaborado pelas autoras

A situação didática acima pode ser caracterizada como uma situação de ação, uma vez que, os estudantes participantes são convidados a atuar, interagir com seus pares e com o professor em função dos estímulos (visuais e comunicacionais). Essa situação oportuniza o estabelecimento de relações entre as informações trocadas que podem favorecer as futuras decisões no processo de resolução dos outros problemas da SD. Os protocolos de modo geral, revelaram que os registros escritos pelas duplas correspondem a uma síntese/resumo dos argumentos utilizados pelo “líder” do grupo ao realizar a exposição oral.

As justificativas e indagações fomentadas pela atividade estão impregnadas por elementos da fala da docente (decorrentes das intervenções realizadas na discussão inicial). Portanto, efeito didático mais evidente nesta etapa foi o efeito topázio (diante da inconsistência e da dificuldade dos estudantes para responder sobre a temática, a professora ofereceu pistas e dicas para evitar o fracasso da situação). De certa forma, o efeito topázio gerou a padronização das respostas das 23 duplas em função do conhecimento e vocabulário limitado das crianças.

## 6.2 Segunda seção: resolução de problemas - Atividade 1

O contexto, apresentado na atividade, sugere a conversão do registro de partida figural a representação de uma floresta (região poligonal retangular), que havia sido parcialmente destruída por uma queimada, no registro numérico fracionário (item i -  $3/4$  corresponde a vegetação foi destruída e, no item b,  $1/4$  da vegetação que resistiu ao fogo).

Nesta situação, os autores utilizaram um contexto semi-realístico, representado por uma figura suporte. Mas, apesar das queimadas serem algo recorrente na Região Amazônica, é pouco provável que este tipo evento obedeça aos critérios da geometria, uma vez que a devastação ocasionada segue na verdade, os contornos topográficos do relevo e os meandros hidrográficos da paisagem; ou seja, ao consumir a cobertura vegetal, o fogo não recortaria a floresta em partes congruentes.

Neste caso, o contexto escolhido pelos autores do livro didático pode ser

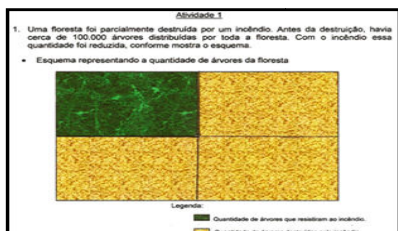
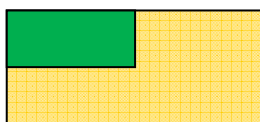
caracterizado como artificial, pois força uma situação improvável de ocorrência no âmbito da realidade. A atividade 1 é composta por três itens (i, ii, iii). A Figura 4 apresenta a estratégia utilizada pelos alunos exitosos ao calcular as frações do inteiro (região poligonal = floresta).

Em relação ao item (i), os dados indicam que 52% das respostas corretas (12 dos 23 protocolos) foram obtidas mediante o cálculo mental (considerando as frações como porcentagens da figura 75% - 7 duplas), pela realização do algoritmo da divisão (4 duplas) ou de agrupamentos (para a composição do inteiro = 100 mil árvores). Nesse item, o erro mais recorrente (para 43% - 10 duplas) foi considerar  $\frac{1}{4}$  das árvores (colorida em verde) ao invés de  $\frac{3}{4}$  (ignorando a legenda da imagem). Outras três duplas apresentaram como resposta a fração  $\frac{4}{3}$  das árvores, equívoco similar ao anterior, mas, acrescido da inversão dos termos da fração (erro discutido na pesquisa de Santos, 2010).

No item (ii) a resposta esperada foi apresentada por 13 dos 23 protocolos (56%), as quais foram obtidas por meio do cálculo mental (considerando as frações como porcentagens da figura 25% - 6 duplas), da realização do algoritmo da divisão (4 duplas) ou de agrupamentos. Para nós, o registro figural (representação da floresta), induz a estratégia caracterizada pela subdivisão do retângulo por segmentos de reta, para produzir partes congruentes. O erro mais comum identificado no protocolo de 8 das 23 duplas (34%) consiste no cálculo de  $\frac{1}{3}$  do total (33.333 árvores), no registro da fração da figura as crianças registraram o numerador como sendo a parte que resistiu ao fogo e o denominador como sendo outras três partes do retângulo, tal como na pesquisa realizada por Santos (*Ibid.*). As demais duplas incorreram em erros já mencionados (inversão dos termos da fração ou calcularam o valor correspondente a  $\frac{1}{4}$  do total).

Ao oferecer o subterfúgio da sobreposição de retângulos (o verde sobre o amarelo) os estudantes perceberam que deveriam dividir a quantidade de árvores por quatro e, conseqüentemente, concluíram que cada uma das frações do retângulo maior equivale a 25 mil árvores. Talvez, o resultado obtido fosse muito divergente ao que foi encontrado, caso as frações do inteiro (retângulo) fossem triangulares e estivessem dispostas de modo diferente (por exemplo, fora do retângulo) ao modelo de referência.

a) Abaixo podemos observar a representação da floresta (figura suporte da atividade 1):



b) A ilustração abaixo indica que a dupla de estudantes (re)dividiu o retângulo em 4 partes congruentes por segmentos que unem os pontos médios dos lados paralelos do polígono.

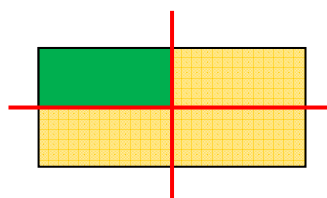


Figura 4 – Extrato do protocolo 26 – Atividade 1  
Fonte: Elaborado pelas autoras

Assim, o esforço cognitivo demandado para resolver o problema poderia maior, em função do fomento ao estabelecimento de outros tipos de relações entre as frações por meio da relação parte-parte ou do inteiro (contínuo) e as partes (relação todo-parte). No item iii o índice de erro chega a 91% (21 das 23 duplas). O resultado sugere que os estudantes consideraram apenas a informação: “dobro da quantidade de árvores remanescentes” ao apresentarem como solução o cálculo de 50 mil árvores (por meio da operação aditiva ou multiplicativa) e esqueceram ao adicionar com a quantidade de árvores remanescente ( $1/4$  do total) ainda faltariam 25 mil árvores no replantio.

De certo modo, o efeito “idade do capitão” pode ser associado aos resultados majoritariamente equivocados que obtivemos no item iii, pois apesar dos dados que permitiriam a resolução do problema não estarem contidos no enunciado, os estudantes operaram (somaram, multiplicaram ou dividiram), com os valores presentes nas respostas apresentadas pela própria dupla nos itens anteriores, ou seja eles não foram capazes de correlacionar informações e inferir sobre a solução.

A superação desse efeito didático requereria a intervenção do mediador da situação didática em relação à conservação do inteiro de natureza contínua, pois este é um aspecto que tem sido negligenciado na construção do significado parte/todo do número racional (Santos, 2010). Neste caso, apenas duas duplas (9%) apresentaram a

resposta esperada (25 mil árvores), ao que tudo indica, estas equipes recorreram à subdivisão registrada na figura suporte (Figura 4) que aparentemente favoreceu a compreensão da demanda no item iii.

Além disso, destacamos que embora o propósito deste estudo não seja analisar a capacidade das crianças de realizarem tratamentos e conversões entre os registros de representação do número racional, isto é muito interessante pois, a originalidade da atividade matemática reside na mobilização simultânea de (ao menos) dois registros de representação (Duval, 2005). Na atividade 1, identificamos que os estudantes foram capazes de realizar tratamentos e conversões entre os registros de representação do número racional. Tendo como registro de partida o registro pictórico, a representação do inteiro discreto (total de árvores da floresta) predominou o registro fracionário:  $\frac{3}{4}$  (75.000 árvores),  $\frac{1}{2}$  (50.000 árvores) e  $\frac{1}{4}$  (25.000 árvores). Entretanto, algumas duplas registraram as porções do retângulo na configuração percentual: 75%, 50% e 25%.

Esta constatação indica que os estudantes trazem as marcas de aprendizagens anteriores e a familiaridade com situações propostas indica que eles vivenciaram outras envolvendo o significado parte-todo. Entretanto, não há indícios suficientes para afirmar que as crianças utilizaram a fração como operador multiplicativo para calcular porções do inteiro de natureza discreta. Nesse caso, é muito mais provável a influência da variável correspondente ao registro pictórico nas estratégias adotadas para a formulação das respostas. Desse modo, podemos afirmar que o esgotamento do inteiro contínuo (subdividir a região retangular em porções equivalentes), é o ponto de partida das estratégias de resolução dos alunos.

### 6.3 Terceira seção: resolução de problemas - Atividade 2

Nessa atividade, os autores optaram pela manutenção da mesma variável (registro pictórico como representação da floresta – forma poligonal retangular), porém inverteram os valores dessa variável, ao definirem que  $\frac{1}{4}$  da região retangular corresponderia às árvores destruídas e que  $\frac{3}{4}$  dessa mesma região equivaleria à área remanescente. Para tanto, o enunciado diz que: *“Uma floresta teve  $\frac{1}{4}$  da área devastada. Um projeto propunha o reflorestamento da terça parte desta área. Outro projeto*

*propunha o reflorestamento da quarta parte desta área.”* E questionaram no item a e b quais as frações que representam os reflorestamentos propostos considerando a área total da floresta. Nesse caso, a expectativa era que os estudantes efetuassem operações multiplicativas entre frações do inteiro para responder a referida atividade;


No entanto, eles não conseguiram estabelecer as relações: parte/parte e todo/parte. O erro identificado nos protocolos incidiu na transcrição das frações  $\frac{1}{3}$  e  $\frac{1}{4}$  presentes no enunciado, assim sendo o índice de erro correspondeu a 96% (22 dos 23 protocolos) no item a e, a 92% (21 dos 23 protocolos), no item b. Tal fato indica a dificuldade dos estudantes em reconhecer a fração como operador multiplicativo (significado do número racional começa a ser explorado nos anos finais do ensino fundamental). Uma intervenção didática que poderia minimizar esse tipo de erro seria solicitar a resolução do item d, antes dos demais itens.

No item c, verificamos que os estudantes incorrem em erro comum (bastante discutido na literatura científica, por exemplo em Santos, 2010), isto é, desconsideram a fração como um número em si e, definem a ordem de grandeza comparando apenas os denominadores, sendo a maior delas aquela cujo denominador possui mais unidades. Por exemplo, no item c, na comparação entre as frações  $\frac{1}{3}$  e  $\frac{1}{4}$ , 83% dos erros correspondem à afirmação de que a fração  $\frac{1}{4}$  é maior que a fração  $\frac{1}{3}$ . Os resultados indicam que o estudante abandona o registro pictórico (em que a frações do retângulo) e toma como parâmetro a observação dos denominadores que são diferentes.

No que diz respeito ao item “d”, embora não tenham indicado (colorindo ou escrevendo a fração na forma fracionária) uma das duplas conseguiu representar geometricamente as frações solicitadas da parte correspondente à área devastada, como podemos visualizar na Figura 6. No entanto, apesar dos retângulos desenhados pelos estudantes não apresentam dimensões proporcionais que nos fornecessem elementos suficientes para constatar que responderam a demanda do item, uma vez que essa dupla não registrou as frações  $\frac{1}{12}$  e  $\frac{1}{16}$ , respectivamente. A análise dos protocolos indica que as crianças têm consciência de que o inteiro representa uma totalidade divisível.

Atividade 2

2. Leia e depois resolva o problema:



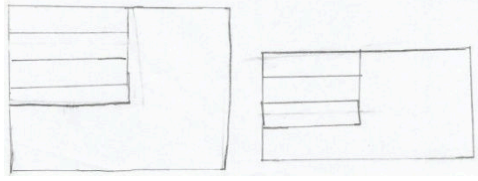
Uma floresta teve 1/4 de sua área devastada. Um projeto propunha o reflorestamento da terça parte desta área. Outro projeto propunha o reflorestamento da quarta parte desta área.

a) Qual fração representa o reflorestamento proposto pelo primeiro projeto em relação à área total da floresta? Como você encontrou esta resposta?  
 $\frac{1}{4}$  porque a área devastada está dividida.

b) Qual fração representa o reflorestamento proposto pelo segundo projeto em relação à área total da floresta? Explique sua resposta.  
 $\frac{1}{4}$  porque a área devastada está dividida.

c) Qual projeto indica a maior área a ser reflorestada? Por quê?  
 Os dois projetos indicam a mesma parte da floresta.

d) Represente geometricamente a proposta de cada projeto.



### OBSERVAÇÕES SOBRE O PROTOCOLO 23

**Item a)** Os alunos responderam  $\frac{1}{4}$  considerando apenas uma fração do retângulo que representa a região devastada. Entretanto, eles deveriam ter subdividido o inteiro em 16 partes congruente, sendo cada fração equivalente a  $\frac{1}{16}$ .

**Item b)** Os alunos indicaram como resposta a fração  $\frac{1}{5}$ , como não hachuraram/coloriram a fração do retângulo a hipótese é que eles contaram todas as partes para realizar o registro (4 subdivisões do retângulo menor e o restante do retângulo maior).

**Item c)** Eles chegaram à conclusão que a fração maior da região destruída pelo incêndio é  $\frac{1}{3}$ . Porém, ao passar do registro fracionário ao pictórico, apresentam retângulos desproporcionais (não equivalentes em área) o que nos faz conjecturar que estas respostas aos itens c e d estão associadas à divisão que fizeram na ilustração suporte (floresta) da atividade 1.

Figura 5 – Extrato do protocolo 23 – Atividade 2

Fonte: Elaborado pelas autoras

De acordo com Brousseau (1996, p. 51) “o professor tenta transmitir ao aluno tudo aquilo que pretende que ele faça”, de modo que a resposta para o problema exija o conhecimento matemático visado, mesmo que o estudante ainda esteja em processo de aprendizagem. Nesse sentido, a comunicação do conhecimento matemático, por si só não é o suficiente. O professor precisa realizar a devolução do problema adequado ao estudante, de modo que ele entre no jogo e a aprendizagem seja efetiva.

A última etapa do trabalho com a sequência didática foi implementada a situação de institucionalização (uma atribuição exclusiva do professor). Nesse caso, portanto, houve a tentativa de promover a devolução dos problemas aos estudantes, por meio da correção coletiva das atividades da sequência didática. À priori a professora de matemática fez menção às questões da 1ª sessão (problematização) e supervalorizou as respostas (ideias do senso comum), apresentadas oralmente pelos estudantes, como se fossem provas do conhecimento científico sobre os impactos ambientais do desflorestamento na região amazônica; tal postura trouxe evidências do efeito Jourdain.

Para dar continuidade do processo de correção, alguns estudantes foram ao quadro para resolver as atividades 1 e 2, à convite da professora. As crianças foram

escolhidas em função das expectativas da professora uma vez que as mesmas tiveram êxito na maioria das atividades da SD, essa constatação revela a emergência do efeito Pigmaleão. Além disso, ressaltamos que diante da dificuldade das crianças em compreenderem a demanda do item d - atividade 2, a professora solicitou aos estudantes que tentassem resolver individualmente, mas sob sua direção. Assim, ela foi ditando as ações necessárias para que eles chegassem ao resultado esperado. Ao propor as estratégias e direcionar os raciocínios (que deveriam surgir naturalmente como consequência da aprendizagem), a professora assumiu as funções dos seus estudantes e, por isso, acabou gerando o efeito Topázio.

## 7 Considerações finais

Ao final da pesquisa, podemos afirmar que:

- (1). A construção de sentido para os objetos matemáticos poderá ser favorecida com a diversificação das situações e dos contextos, seja no âmbito da própria matemática ou da semi-realidade.
- (2). A contextualização como metodologia de ensino da matemática oferece possibilidades e desafios ao professor. Principalmente, em relação aos contextos extramatemáticos, cuja utilização requer uma maior vigilância epistemológica sobre o objeto matemático, para evitar o reducionismo e a superficialidade.
- (3). Os estudantes do 6º ano do ensino fundamental tinham familiaridade com o significado parte/todo e com o registro do número racional nas representações figural e fracionária. Todavia, não se pode dizer o mesmo quando o número racional funciona como operador multiplicativo, pois o cálculo de frações do inteiro de natureza discreta trouxe dificuldades.
- (4). As situações de ação, formulação e validação favoreceram a interação (argumentação) entre os pares e a elaboração de estratégias de resolução.
- (5). Os efeitos didáticos identificados na pesquisa podem ser superados mediante a implementação de intervenções didáticas, da diversificação das situações didáticas e a-didáticas que fomentem a ressignificação das aprendizagens.



Em síntese, os resultados não podem ser generalizados, pois os contratos didáticos estabelecidos entre outros estudantes e seus professores possuem características distintas. Assim sendo, reconhecemos que outras pesquisas precisam ser desenvolvidas para que possamos ampliar as discussões fomentadas nessa produção.

Portanto, sugerimos que a mesma sequência didática seja aplicada com outros estudantes do 6º ano para verificar se as mesmas dificuldades e efeitos didáticos continuam emergindo. Além disso, poderiam ser investigadas as correlações entre a contextualização dos objetos matemáticos e a transposição didática interna dos conteúdos relacionados.

### Referências

- Almeida, F. E. L. & Lima, A. P. A. B. (2011). Os efeitos de contrato didático na sala de aula de matemática. *Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática – IACME*, Recife, Brasil. Disponível em: [https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii\\_ciaem/xiii\\_ciaem/paper/view/1457](https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/view/1457). Acesso em: maio de 2020.
- Amarilha, L. A. S. & Pais, L. C. (2008). A Contextualização como Possibilidade para o Estudo da Geometria nos Anos Iniciais da Educação Básica. *Anais do XII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós – Graduação em Educação Matemática*. São Paulo, Brasil. Disponível em: <http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008>. Acesso: dezembro de 2009.
- Brasil. Ministério da Educação (MEC). (1996). Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Matemática Vol. 3, Brasília: Secretaria da Educação Básica.
- Brousseau, G. (1996). Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática. In: Brun, J. (org.). *Didáctica das Matemáticas*. Horizontes Pedagógicos. Lisboa: Instituto Piaget, p. 35 – 85.

- Duval, R. (2005). Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: Machado, Silvia Dias A. (Org.) *Aprendizagem em Matemática*. São Paulo: Papirus. p. 11 – 33.
- Henry, M. (1991). *Didactique des Mathématiques: sensibilizations à la didactiques em vue de la formation initiale dès enseignants de mathématiques*. Laboratoire de Mathématiques – IREM, Besaçon.
- Lucas, S. & Batista, I. L. (2008). A Importância da Contextualização e da Descontextualização no Ensino de Matemática: uma Análise Epistemológica. *Anais do XII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática*. São Paulo, Brasil. Disponível em: <http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008>. Acesso em: maio de 2020.
- Pais, L. C. (2001). *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Pavanello, R. M. (2004) Contextualizar, o que é isso? In: Nogueira, C. & Barros, R. (Org.) *Conversas e experiências de quem gosta de ensinar Matemática*. Maringá: Manoni.
- Pernambuco. Secretaria de Educação (2012). *Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco*. Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio. Disponível em: [http://www.educacao.pe.gov.br/portal/upload/galeria/4171/matematica\\_ef\\_em.pdf](http://www.educacao.pe.gov.br/portal/upload/galeria/4171/matematica_ef_em.pdf). Acesso em: março de 2020.
- Sandovsky, P. (2010). *O ensino de matemática hoje: enfoques, sentidos e desafios*. São Paulo: Editora Ática.
- Santos, L. S. (2010). *Análise dos efeitos didáticos emergentes de uma sequência de atividades na aprendizagem do significado parte/todo do número racional*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal Rural de Pernambuco.
- Santos, D. C. S. (2011). *O tema transversal meio ambiente na abordagem do bloco das grandezas e medidas: contexto ou pretexto nos livros didáticos de matemática?* Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco.

Disponível

em:

de:

[http://repositorio.ufpe.br/bitstream/handle/123456789/3768/arquivo2886\\_1.pdf?sequence=1](http://repositorio.ufpe.br/bitstream/handle/123456789/3768/arquivo2886_1.pdf?sequence=1) Acesso em: março de 2020.