

# A competência crítica em Metodologias Ativas: uma abordagem por meio de Modelagem Matemática

**Resumo:** As propostas pedagógicas devem abrir espaço para a análise e reflexão de situações cotidianas. Para que isso ocorra, é necessário que as atividades sejam preparadas com base em Metodologias Ativas. Este artigo tem como objetivo discutir como a competência crítica se fez presente numa atividade de Modelagem Matemática realizada em uma turma de 32 alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escolar particular do interior de São Paulo. Como encaminhamento metodológico para análise e validação das discussões estabelecidas entre os alunos e com a professora, recorreremos à abordagem qualitativa, por meio da análise do Discurso do Sujeito Coletivo. A competência crítica foi praticada com base em dois tipos de crítica, a sociopolítica e a epistemológica. A crítica sociopolítica caracteriza-se por uma análise das estruturas sociais (problemáticas, sob seus pontos de vista) para o fenômeno estudado. Já a crítica epistemológica refere-se às ponderações sobre o modelo construído, levando em consideração os procedimentos, os processos e os resultados alcançados.

**Palavras-chave:** Metodologias ativas. Modelagem matemática. Competência crítica.

1

## Andréa Pavan Perin

Doutora em Educação Matemática (UNESP). Professora da Faculdade de Tecnologia de Itapetininga (FATEC). São Paulo, Brasil.

 [orcid.org/0000-0002-2791-7682](https://orcid.org/0000-0002-2791-7682)

 [andrapavanperin@gmail.com](mailto:andrapavanperin@gmail.com)

## Celso Ribeiro Campos

Doutor em Educação Matemática (UNESP). Professor da Pontifícia Universidade Católica (PUC/SP). São Paulo, Brasil.

 [orcid.org/0000-0001-7371-2437](https://orcid.org/0000-0001-7371-2437)

 [cr campos@pucsp.br](mailto:cr campos@pucsp.br)

## Critical competence in Active Methodologies: an approach through Mathematical Modelling

**Abstract:** Pedagogical proposals should open space for the analysis and reflection of everyday situations. For this to happen, it is necessary that activities are prepared based on Active Methodologies. This article aims to discuss how critical competence was present in a Mathematical Modelling activity carried out with 32 students from the 1<sup>st</sup> year of high school in a private school from the countryside of São Paulo state. As a methodological path for analysis and validation of the discussions established between students and the teacher, we resort to the qualitative approach, through the analysis of the Collective Subject Discourse. Our analyzes show that critical competence was practiced based on two types of criticism, socio-political and epistemological. Socio-political criticism is characterized by an analysis of social structures (problematic, from their point of view) for the

Recebido em 10/09/2020

Aceito em 14/10/2020

Publicado em 18/10/2020

eISSN 2675-1933

 [10.37853/pqe.e202043](https://doi.org/10.37853/pqe.e202043)



phenomenon studied. The epistemological criticism, on the other hand, refers to the considerations about the built model, considering the procedures, processes and results achieved.

**Keywords:** Active methodologies. Mathematical modelling. Critical competence.

### **Competencia crítica en Metodologías Activas: un enfoque a través del Modelado Matemático**

**Resumen:** Las propuestas pedagógicas deben abrir espacios para el análisis y la reflexión de situaciones cotidianas. Para que esto suceda, es necesario que las actividades se preparen con base en Metodologías Activas. Este artículo tiene como objetivo discutir cómo la competencia crítica estuvo presente en una actividad de Modelización Matemática realizada con 32 estudiantes de 1<sup>er</sup> año de secundaria de una escuela privada del interior de la provincia de São Paulo. Como camino metodológico de análisis y validación de las discusiones establecidas entre los estudiantes y el docente, se recurre al enfoque cualitativo, a través del análisis del Discurso Colectivo del Sujeto. La competencia crítica se practicó a partir de dos tipos de crítica, sociopolítica y epistemológica. La crítica sociopolítica se caracteriza por un análisis de las estructuras sociales (problemáticas, desde su punto de vista) para el fenómeno estudiado. La crítica epistemológica, en cambio, se refiere a las consideraciones sobre el modelo construido, tomando en cuenta los procedimientos, procesos y resultados alcanzados.

**Palabras clave:** Metodologías activas. Modelización matemática. Competencia crítica.

## **1 Introdução**

Este artigo tem como objetivo apresentar e discutir como a competência crítica se fez presente em uma atividade realizada em uma turma de 32 alunos do 1<sup>o</sup> ano do Ensino Médio em uma escola particular do interior de São Paulo, respaldada na Modelagem Matemática, a qual é entendida como uma Metodologia Ativa. A relevância desse estudo se justifica pela estreita relação existente entre Metodologias Ativas e a necessidade da formação de alunos críticos e reflexivos.

De forma geral, a sociedade contemporânea tem demandado indivíduos críticos, capazes de realizar práticas colaborativas e serem aptos a encontrar respostas pertinentes a diversas situações do cotidiano, seja no ambiente escolar, no trabalho ou nas relações sociais. Tendo em vista essa necessidade e levando em consideração o caráter formador da escola, faz-se necessário um ensino mais dinâmico.

Escolas com essas características requerem que os alunos atuem como sujeitos do processo de aprendizagem e o professor atue como o mediador na interação dos alunos com o conhecimento. Nesse contexto, é primordial que o educador valorize os conhecimentos prévios dos alunos e torne o material instrucional potencialmente significativo a fim de produzir uma aprendizagem significativa, indo além de uma aprendizagem mecânica (Ausubel, Novak & Hanesian, 1980).

As práticas educacionais que trabalham com a produção de aprendizagem significativa contemplam direcionamentos contextualizados e interdisciplinares, tornando a aula mais interativa, possibilitando que o aluno tenha uma postura mais ativa em relação à sua própria aprendizagem (Souza & Fonseca, 2017).

Diante desse cenário, as metodologias ativas vêm ganhando destaque na medida em que propõem lançar-se contra os métodos pedagógicos tradicionais, buscando formas de desenvolver os processos de ensino/aprendizagem centrados no estudante.

Muitas são as estratégias pedagógicas e possibilidades de trabalho com base nas metodologias ativas, dentre elas: estudo de caso, estudo de texto, seminários, aula expositiva dialogada, fórum, Philips 66, grupo de verbalização e de observação (GO/GV), júri simulado, portfólio, mapa conceitual, método de projetos, aprendizagem baseada em problemas (PBL), metodologia da problematização, modelagem, aula invertida, entre outros (Mello, Almeida Neto & Petrillo, 2019). Isto posto, compreende-se como metodologias ativas um conjunto de práticas pedagógicas centradas no aluno de forma que ele aprenda os conhecimentos propostos por meio da interação entre ele e os outros colegas, estimulando o pensamento crítico.

Para Piffero, Soares, Coelho e Roehrs (2020) esses métodos se aplicam dentro de uma percepção de estímulo à autonomia dos alunos no processo de aprendizagem. O seu emprego desenvolve o processo de aprendizagem, contextualizando as diferentes

práticas sociais. Além do potencial de despertar a curiosidade dos alunos, a implementação dessas metodologias favorece a ideia de que o conhecimento é construído pelos estudantes como consequência de suas ações.

Na mesma direção, Leite (2020), Nascimento e Feitosa (2020) afirmam que as metodologias ativas de ensino e aprendizagem são fundamentadas na concepção pedagógica crítico-reflexiva. Assumem um compromisso com a leitura e intervenção sobre a realidade e favorecem a interação entre os diversos atores, valorizando a construção coletiva. Assim, o conhecimento se firma quando o aluno interage com o assunto em estudo.

Paiva (2016) aponta que a aprendizagem ativa tem como principais objetivos: fazer com que o aluno aprenda por intermédio da interação com o próximo; desenvolver no aluno o senso crítico e a capacidade de argumentação; acabar com o mito ainda vigente de que muitas matérias se restringem ao acúmulo de informações, principalmente para a atual *geração Z*, que pode conseguir qualquer informação apenas acessando a internet; desenvolver a competência de saber trabalhar em equipe.

Entende-se que ao propor atividades nas quais os alunos trabalham ativamente eles só tem a ganhar, pois aprendem a trabalhar de forma cooperativa, discutindo e expondo suas opiniões, se preparam melhor para o mercado de trabalho futuro, que procura pessoas que saibam trabalhar em equipes multiprofissionais e multitarefas. Dessa forma, entendemos que todo método ou estratégia que promova o envolvimento e a participação ativa do aluno no processo de desenvolvimento do conhecimento contribui para formar ambientes ativos de aprendizagem.

## 2 A Modelagem Matemática

A elaboração de modelos ou a presença da Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática se coloca essencialmente em situações que visam a representar e estudar matematicamente um problema que provém do mundo real e cuja solução deverá possibilitar sua análise, reflexão, conscientização, discussão e validação.

Uma das manifestações da reflexão é a modelagem. O esforço de explicar, de entender, de manejar uma porção da realidade, um sistema, normalmente se faz isolando esse sistema e

escolhendo alguns parâmetros nos quais concentraremos nossa análise. [...] Dessa maneira, considera-se um modelo e passa-se a analisar e refletir sobre o modelo. Este é o processo de modelagem (D'Ambrosio, 1991, p. 11).

Na figura 1 podemos ver um esquema simplificado do processo de modelagem matemática, no qual notamos que tudo começa com uma problema real (*real situation*) e termina com a solução desse problema sendo validada no contexto em que ele foi gerado.

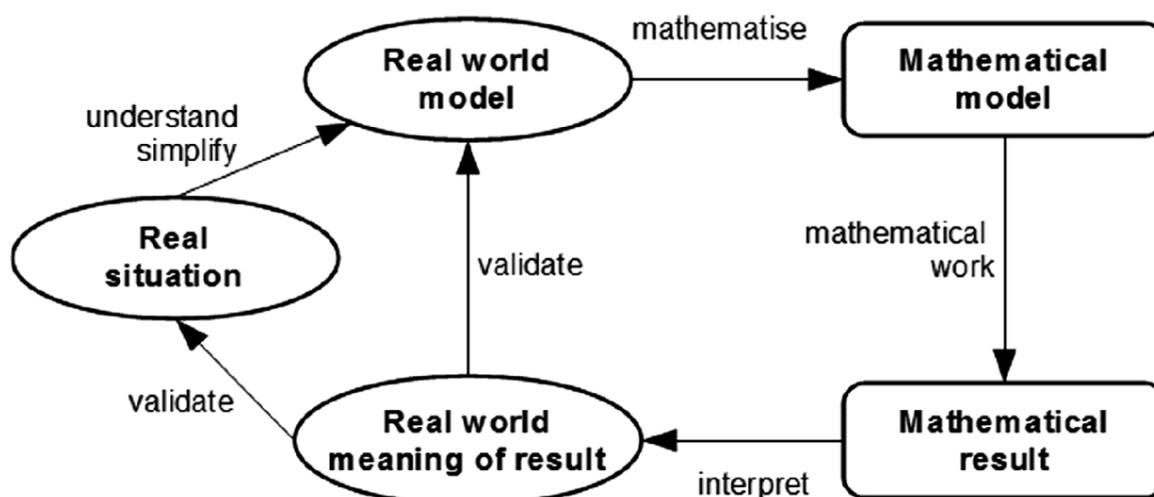


Figura 1 – Esquema simplificado da modelagem matemática  
Fonte: Kaiser & Stander, 2013, p. 279

A modelagem pode ser um caminho para despertar nos estudantes o interesse pelos conteúdos matemáticos, na medida em que eles têm a oportunidade de estudar, por meio de pesquisas, situações-problema que têm aplicação concreta e que valorizam o seu senso crítico.

Outra possibilidade gerada no processo de Modelagem Matemática é a incorporação de novas tecnologias na resolução dos problemas, principalmente se pensarmos que um projeto de modelagem envolve os alunos em atividades que vão além da sala de aula. Tanto na pesquisa de informações sobre o problema que se propõem a resolver, quanto no tratamento dos dados e na resolução matemática do problema, a tecnologia pode ser um importante aliado, contribuindo inclusive para aumentar o interesse dos estudantes. A figura 2 mostra como a tecnologia pode ser envolvida no processo de Modelagem Matemática.

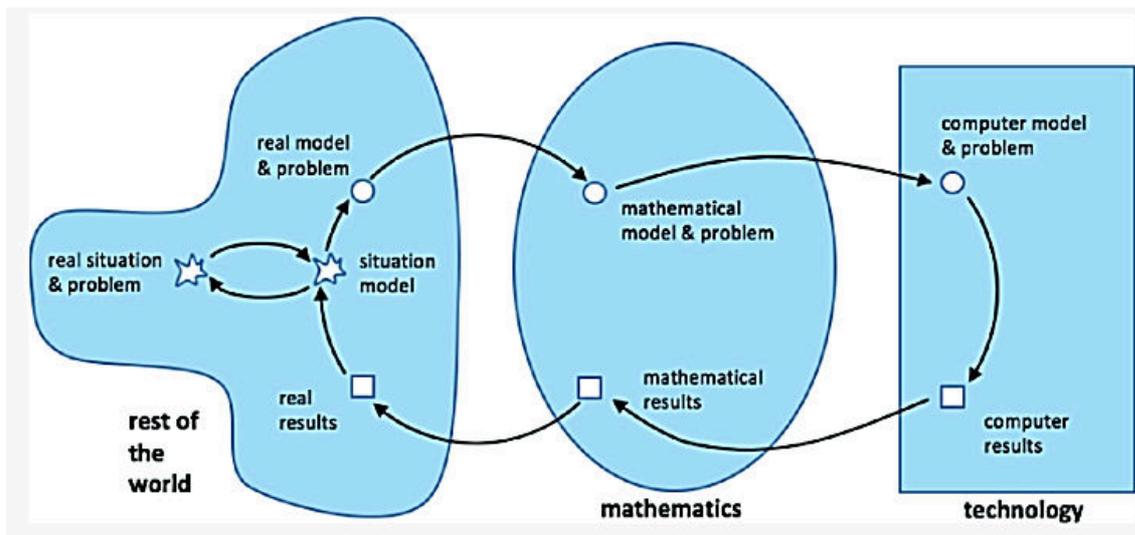


Figura 2 – A tecnologia no contexto da Modelagem Matemática  
 Fonte: Vorhölter et al., 2019, p. 106

Nesse esquema apresentado na figura 2, entendemos que a tecnologia pode também estar envolvida na etapa entre o modelo real e o modelo matemático, pois a organização dos dados pode ser feita via recursos tecnológicos antes da construção do modelo matemático.

6

É importante também destacar que a discussão da prática da modelagem em sala de aula está associada ao fato de se conceber a Matemática como prática social e o ensino dessa ciência entendido como ensino dessas práticas. Portanto, ao levar a modelagem para a sala de aula o professor estaria ampliando as práticas matemáticas a serem abordadas no contexto escolar. Nesse sentido, a modelagem tem o potencial de ser uma abordagem pedagógica que oportuniza aos alunos conhecerem diferentes maneiras de praticar Matemática (Malheiros, 2012).

Segundo Burak (2004), o interesse dos alunos, o trabalho em grupo e a busca de dados é que os tornarão capazes de significar as construções matemáticas. Para o referido autor, a modelagem acontece em cinco etapas, que correspondem ao esquema mostrado na figura 1. São elas: escolha do tema (situação real), pesquisa exploratória (modelo real), levantamento dos problemas (modelo matemático), resolução dos problemas (resultado matemático) e análise crítica das soluções (interpretação e validação no mundo real). Nessas etapas espera-se que o trabalho aconteça em plena interação entre professor-aluno-ambiente, sem predominância de um ou de outro: o

aluno busca, o professor realiza a mediação e o ambiente constitui a fonte de toda a pesquisa.

Segundo Barbosa (2001), as configurações da modelagem enquanto estratégia pedagógica podem ser vistas em termos de casos, a saber:

Caso 1: o professor apresenta a descrição de uma situação problema, com as informações necessárias à resolução do problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução.

Caso 2: o professor traz para a sala de aula um problema de outra área da realidade, cabendo aos alunos a coleta de informações necessárias à sua resolução.

Caso 3: a partir de temas não matemáticos os alunos formulam e resolvem problemas.

Nosso trabalho se coaduna com a compreensão desse autor, que define Modelagem Matemática como um ambiente pedagógico no qual os alunos são convidados a indagar ou investigar, por meio da Matemática, situações de sua própria realidade, tangenciando aspectos relacionados à Educação Crítica.

Da mesma forma, Jacobini e Wodewotzki (2006), abordam a inserção da Modelagem Matemática nos propósitos da Educação Matemática Crítica, considerando os trabalhos com projetos como um importante instrumento para aquisição, por parte dos estudantes, de capacidades relacionadas à formação crítica e à cidadania.

Exploramos essa convergência entre a Modelagem Matemática e a Educação Matemática Crítica no item seguinte.

### **3 A Competência Crítica**

Advinda da Educação Matemática Crítica, a competência crítica foi apresentada por Skovsmose (2014), que a distingue baseada em diversas características, tais como o diálogo, a democracia, o conhecimento reflexivo, entre outras. Segundo o autor, a competência crítica é exercida somente se no ambiente educacional se trabalhar o diálogo entre os alunos e com o professor, se houver atitudes democráticas em sala de aula, se o conhecimento inspirar reflexão. Outro aspecto fundamental para se

desenvolver a competência crítica é trazer para a aula problemas do cotidiano da comunidade e problemáticas sociais que envolvam a Matemática em sua argumentação. Para tanto, Skovsmose (op. cit.) defende o trabalho pedagógico considerando uma distância crítica do currículo, o trato da Matemática como forma de empoderar os estudantes enquanto cidadãos, o envolvimento da tecnologia no processo educacional, uma educação problematizadora, mas que não se restringe à resolução de problemas.

O processo de ensino-aprendizagem deve ser orientado em direção à meta de prover os estudantes com oportunidades para eles desenvolverem a competência crítica como uma forma de qualificação necessária para sua participação na promoção de processos de democratização na sociedade, e isso inclui desenvolver qualificações de competência e capacidade de lidar com criatividade com os problemas cotidianos da sociedade, de tal forma que eles podem apoiar processos de democratização na sociedade (Skovsmose, 2014, p. 248).

Essa necessidade saber lidar com problemas do nosso cotidiano advém do fato de resultados matemáticos e dados estatísticos serem referência constante durante debates na sociedade. Eles fazem parte da estrutura da argumentação, de tal forma que a Matemática é usada para dar suporte ao debate político. Mas não apenas isso, ela se torna parte da linguagem com a qual sugestões políticas, tecnológicas e administrativas são apresentadas (Borba & Skovsmose, 2001). Assim, os modelos matemáticos são definidores de tomadas de decisões políticas no âmbito da saúde, economia, assistência social, entre outras, daí a necessidade de um olhar crítico para a forma como a Matemática está presente nesses dados.

Skovsmose (2014) define essa forte presença da Matemática em nosso cotidiano como *matemática em ação*. Este termo representa a variedade de técnicas e tecnologias que, em combinação, operam e definem nossa sociedade da informação. Para o autor, essas ações não podem ser vistas como tendo um valor especial, qualidade, confiabilidade ou credibilidade, apenas porque a Matemática está nelas envolvida, é importante que analisemos como as concepções matemáticas são projetadas na realidade. Skovsmose (op. cit.) chama a atenção para o fato de que ações baseadas em Matemática naturalmente parecem acontecer em um vácuo ético. Por isso, vemos a importância de trabalhar a Educação Matemática com vistas para Educação Matemática Crítica, a fim de que os estudantes possam compreender, refletir e posicionar-se em relação à forma como ela opera em nossa sociedade.

O autor ressalta ainda que a Educação Matemática Crítica não deve ser entendida como um ramo da Educação Matemática, não pode ser entendida como metodologia de sala de aula, nem pode ser constituída com base em um determinado currículo. Em vez disso, “vejo a Educação Matemática Crítica muito marcada pelas preocupações que surgem da natureza crítica da Educação Matemática” (Skovsmose, 2008, p. 106).

Para Alrø e Skovsmose (2006) a Modelagem Matemática tem um papel importante para desafiar um aspecto predominante em uma aula de matemática tradicional: o paradigma do exercício, no qual os exercícios são geralmente baseados nos livros didáticos e referem-se à Matemática pura, prevalecendo os modelos ideais. Em contraposição ao paradigma do exercício, os autores sugerem cenários para investigação, pois permitem uma mudança de uma zona de conforto (paradigma do exercício) para uma zona de risco, segundo a definição de Penteadó e Skovsmose (2014)

A descrição da competência crítica têm grande ligação com a Modelagem Matemática, senão vejamos: D’Ambrosio (1991) advoga que uma das manifestações da reflexão é a modelagem, enquanto Skovsmose (2014) afirma que um dos componentes da competência crítica é o conhecimento reflexivo; Malheiros (2012) entende que a modelagem propicia a incorporação de novas tecnologias na resolução dos problemas, o que também é demonstrado por Vorhölter et al. (2019) na figura 2, ao passo que Skovsmose (2014) cita a importância do envolvimento da tecnologia no processo educacional; por fim, Skovsmose (op. cit.) cita a relevância de se trazer para a sala de aula problemas do cotidiano da comunidade e problemáticas sociais que envolvam a Matemática, o que corresponde ao objetivo da Modelagem Matemática, que diz respeito à resolução de problemas provenientes do mundo real, concebendo, conforme Malheiros (2012), a Matemática como prática social e o ensino dessa ciência entendido como ensino dessas práticas. Por fim, segundo Burak (2014), o trabalho de Modelagem acontece com plena interação entre professor-aluno-ambiente, sem predominância de um ou de outro, ou seja, em um ambiente pedagógico democrático, como indicado por Skovsmose, no qual o aluno busca, o professor realiza a mediação e o ambiente constitui a fonte de toda a pesquisa. Esse ambiente é caracterizado por Alrø e Skovsmose (2006) como essencialmente composto pela tecnologia, pois ela é o aspecto que domina a

sociedade, e o homem está inserido nesse contexto, na medida em que ela substituiu a natureza e se tornou o meio ambiente real que circunda o ser humano.

Com isso, da mesma forma que Barbosa (2001) e Jacobini e Wodewotzki (2006), percebemos uma grande articulação entre os preceitos da Modelagem Matemática e da competência crítica, os quais iremos explorar na experiência pedagógica que vamos relatar.

#### 4 Encaminhamentos metodológicos

##### a) A organização da atividade

Esta atividade foi desenvolvida em uma turma de 32 alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola particular do interior de São Paulo, na qual um dos autores deste artigo atua como professor de Matemática. A pandemia causada pelo novo coronavírus aproximou as pessoas, diariamente, de uma série de informações que têm permitido um contato direto e frequente com a Matemática. E, mais que isso, tem nos colocado à frente da importância de olharmos para as informações que têm sido apresentadas com um olhar crítico, nos dando a possibilidade de entendermos como a Matemática, presente nesses dados, atua como referência nas tomadas de diferentes decisões políticas. Dado esse contexto, muitas discussões foram estabelecidas em sala de aula sobre o papel da Matemática em tal cenário. Tais discussões foram tanto provocadas pela professora como colocadas por alguns alunos, em especial, sobre o que se referia o crescimento exponencial da doença, e por isso foi proposto o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática aqui relatada.

Dado a necessidade do isolamento social por conta da pandemia da COVID-19, as aulas foram realizadas à distância e de forma síncrona por meio do aplicativo *Microsoft Teams*<sup>1</sup>, momento utilizado para discussões preliminares sobre o problema a ser resolvido, construção e análise do modelo, e também de forma assíncrona, momento dedicado para coleta de dados e escrita de uma síntese sobre a atividade desenvolvida.

---

<sup>1</sup>*Microsoft Teams* é uma plataforma unificada de comunicação e colaboração que combina bate-papo (chat), videoconferências, armazenamento de arquivos, integração de aplicativos no local de trabalho, tarefas, etc.

Foram formados 6 grupos de alunos, sendo 5 grupos de 5 integrantes e um com 6 integrantes.

Trata-se de uma atividade de Modelagem Matemática, mais especificamente o caso 3 de Barbosa (2001), pois os alunos definiram o problema – qual o comportamento do número de infectados na cidade? Para organizar a atividade desenvolvida e descrevê-la utilizamos como referencial as etapas da Modelagem Matemática definidas por Burack (2019).

1ª) Escolha do tema: Conforme já mencionado a escolha do tema se deu em razão de diversas publicações que ocorreram na mídia, dando ênfase ao crescimento exponencial da Covid-19. Isso despertou nos alunos a curiosidade da aplicação contextualizada da Matemática e também por parte da professora da turma por ver nessa discussão a possibilidade de elaborar uma atividade com base em Metodologias Ativas, dando ao estudante uma postura mais ativa, propor um trabalho interdisciplinar e discutir aspectos importantes da Matemática quando utilizada na compreensão e tomada de decisão em determinado contexto.

2ª) Pesquisa exploratória: Para introduzir o assunto foi levado para a aula o artigo de 22/03/2020 intitulado *Crescimento exponencial da COVID-19 não é “fantasia”* (Figueiredo Filho, 2020), que mostrava como a doença estava evoluindo em diferentes lugares do planeta e no Brasil. Após a leitura do texto fizemos uma análise das informações presentes nos gráficos expostos nas figuras 3 e 4.

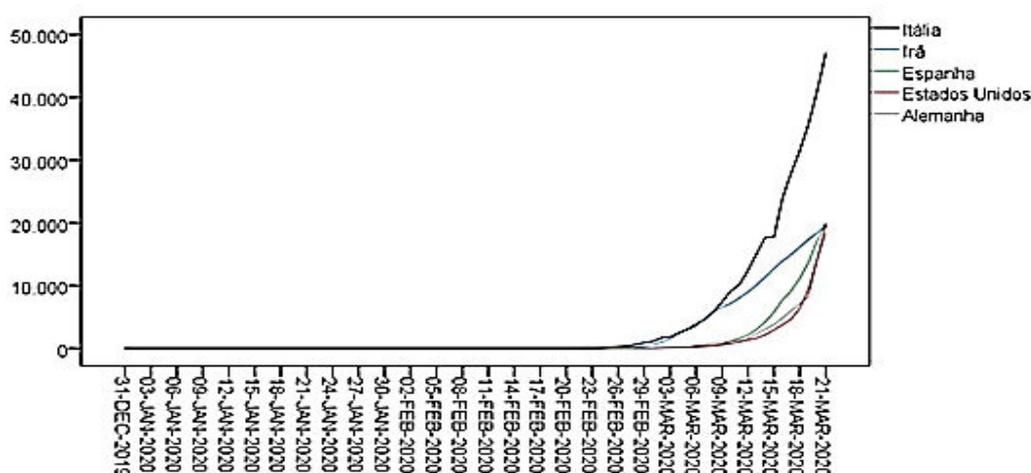


Figura 3 – Casos diagnosticados de COVID-19 por dia (países selecionados)

Fonte: <<https://www.revistaquestaodeciencia.com.br/index.php/artigo/2020/03/22/crescimento-exponencial-da-covid-19-nao-e-fantasia>>

Com base nesse gráfico foi retomado o conceito de função, bem como o que diferenciava esse comportamento das demais funções estudadas até aquele momento (Função de 1º e 2º Grau). A leitura do artigo foi feita fora do horário de aula e, para a retomada do conceito de função, foi utilizada uma hora-aula.

Dessa análise os estudantes definiram as variáveis importantes para modelar o número de casos diagnosticados em suas cidades e então partiram para a coleta de dados.

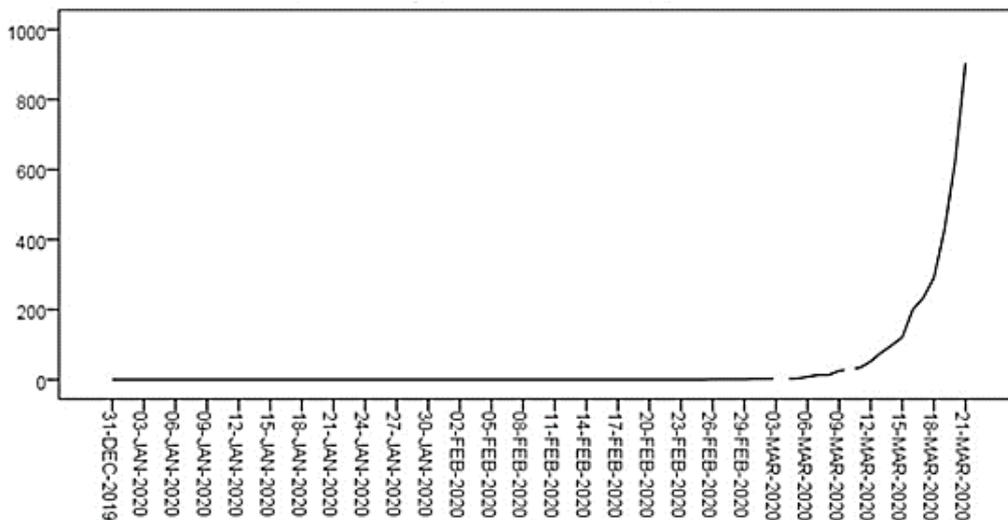


Figura 4 – Casos diagnosticados de COVID 19 por dia (Brasil).

Fonte: <<https://www.revistaquestaodeciencia.com.br/index.php/artigo/2020/03/22/crescimento-exponencial-da-covid-19-nao-e-fantasia>>

3ª) Levantamento dos problemas e 4ª) Resolução do problema e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema: Por compreendermos que há uma linha tênue que diferencia essas duas etapas, optamos por apresentar as atividades nelas desenvolvidas de forma conjunta. Os dados foram coletados com base em um boletim diário emitido pela Secretaria Municipal da Saúde do município de Cerquilha/SP. Nessa fase, os alunos se depararam com um problema, pois havia dias que em a secretaria não emitiu boletim algum, o que lhes causou um estranhamento, pois nos seus entendimentos tinham de ter os valores diários para modelar a situação. Os grupos agiram de diferentes maneiras, alguns repetiram os valores do dia anterior enquanto outros excluíram esses dias do conjunto de dados, conforme figuras 5 e 6.

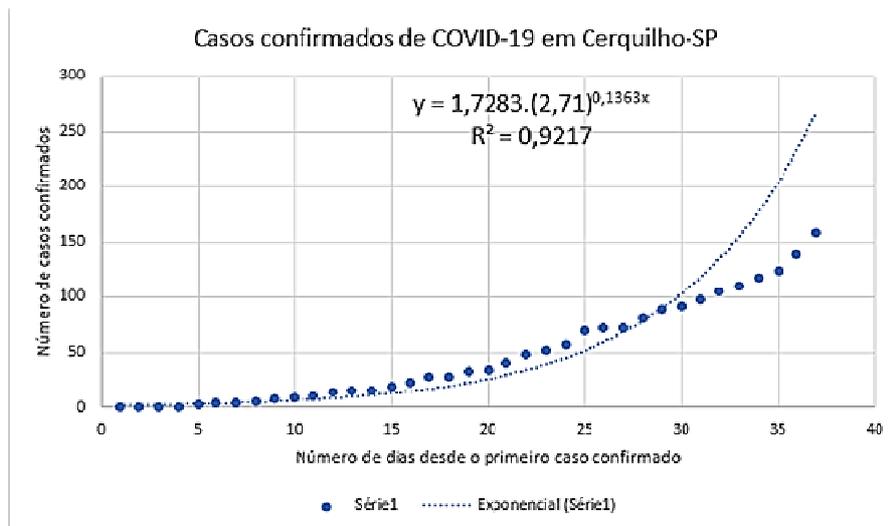


Figura 5 – Curva exponencial ajustada aos dados da cidade de Cerquillo  
 Fonte: Produção dos alunos, dados coletados entre 24/04/2020 a 24/07/2020 (nesse gráfico os alunos fizeram a opção por repetir o valor do dia anterior para aqueles dias em que não havia boletins)

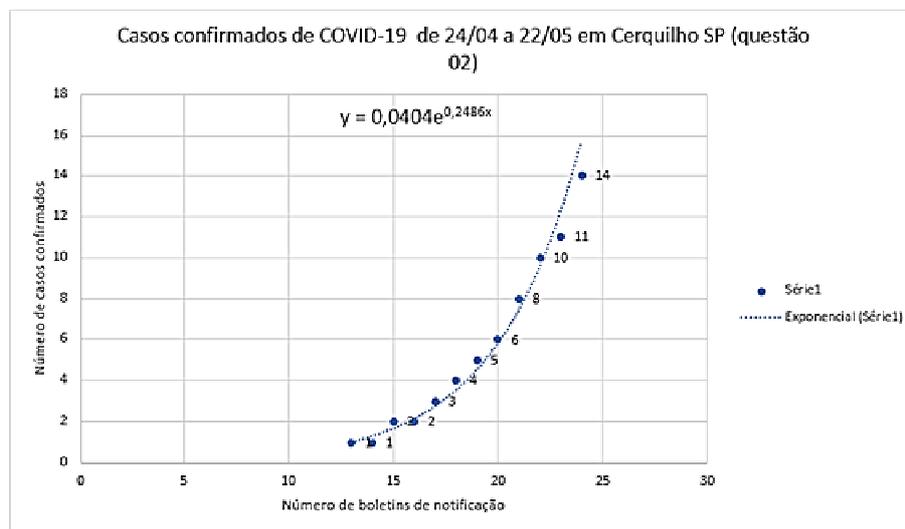


Figura 6 - Curva exponencial ajustada aos dados da cidade de Cerquillo  
 Fonte: Produção dos alunos (nesse gráfico os alunos fizeram a opção suprimir da série aqueles dias em que não havia boletins)

Essas diferentes escolhas geraram amplas discussões na fase 5. Esses gráficos foram construídos em aula síncrona, com o auxílio da professora, utilizando as planilhas do *Excel*. Para a realização dessa atividade foram utilizadas duas horas-aulas. Com o modelo construído, buscamos analisar os significados do coeficiente  $b$ , base  $a$ , e expoente  $x$ , considerando uma função exponencial do tipo:  $f(x) = b \cdot a^x$ .

5ª – Análise crítica da informação: Nessa etapa buscamos discutir os seguintes pontos: motivos pelos quais os grupos chegaram a diferentes modelos se os dados coletados referem-se à mesma cidade; se a diferença entre o valor esperado pelo modelo e o valor observado causa alguma estranheza aos estudantes; e o motivo que levou a essa diferença segundo a percepção dos alunos. Como os estudantes já estavam estudando a função exponencial, muitos deles buscaram encontrar a função utilizando 2 pontos do gráfico, no entanto, observaram que pontos diferentes traziam funções diferentes, o que nunca tinha acontecido com as atividades realizadas no material didático. Essa discussão foi realizada em uma hora-aula

No total, esse projeto foi realizado em 4 horas-aulas.

Levando em considerando os objetivos do presente artigo, apresentamos e analisamos as discussões estabelecidas apenas nessa 5ª Etapa. Dada a riqueza dessa atividade, a qual teve como princípio norteador trabalhar por meio de Metodologias Ativas, outros trabalhos serão escritos buscando discutir aspectos importantes das outras etapas.

#### **b) A organização dos dados**

Para a análise referente às discussões estabelecidas entre os alunos e com a professora, recorreremos à abordagem qualitativa, por meio da análise do Discurso do Sujeito Coletivo (DSC), conforme proposto Lefevre e Lefevre (2014).

Essa técnica permite, metodologicamente, resgatar e apresentar as Representações Sociais (RSs) obtidas de pesquisas empíricas. O conceito de RSs com que se trabalha nessa metodologia de análise é o mesmo produzido por Durkheim (2003), para quem toda maneira de fazer, agir e pensar dos indivíduos se dá no âmbito geral de uma sociedade e, ao mesmo tempo, em uma existência própria. Isso possibilita que um grupo humano estabeleça as identidades para tudo que está à sua volta. Tais RSs estão presentes em opiniões, posicionamentos, manifestações ou posturas de um indivíduo em sua vida cotidiana.

Submetidas ao processo de produção usado no DSC, as RSs, sob a forma de depoimentos coletivos, veiculam histórias a respeito de um dado tema ou problema pesquisado. As opiniões ou expressões individuais que apresentam sentidos semelhantes são agrupadas em categorias semânticas gerais. O diferencial dessa metodologia é que a cada categoria estão associados os conteúdos das opiniões de sentido semelhantes, presentes em depoimentos distintos, de modo a formar com tais conteúdos um depoimento síntese, redigido na primeira pessoa do singular, como se tratasse de uma coletividade falando na pessoa de um indivíduo (Lefevre e Lefevre, 2014). Por isso, ela permite visualizar melhor a representação social de determinado fenômeno, pois ela se apresenta como um discurso, da forma como os indivíduos pensam (Sales, Souza e John, 2007).

Na presente pesquisa, o DSC foi utilizado com o emprego dos seguintes procedimentos:

**Etapa 1 – Falas dos estudantes e produção escrita sobre a 5ª etapa da Atividade de Modelagem Matemática-** Essa discussão foi realizada de forma coletiva por meio da plataforma *Microsoft Teams*, gravada com o consentimento dos alunos e da direção da escola e transcrita na íntegra pelos pesquisadores, o que possibilitou que o material fosse lido diversas vezes.

**Etapa 2 - Expressões-chave** - foram construídas com base nos fragmentos das transcrições literais dos depoimentos e visam apresentar a essência do conteúdo do discurso realizado pelos alunos.

**Etapa 3 - Ideias Centrais** - foram extraídas das expressões-chave, e foram o ponto de partida do DSC. Algumas mudanças foram realizadas nos fragmentos utilizados, no sentido de dar às narrativas uma sequência clara, mas sem o comprometimento do discurso do grupo.

**Etapa 4 - Discurso do Sujeito Coletivo** - advém das discussões durante a aula e produção escrita, o qual busca retratar a competência crítica, por meio da crítica sociopolítica e epistemológica em Metodologias Ativas, numa abordagem baseada na Modelagem Matemática.

## 5 Resultados

Trabalhar por meio de uma Metodologia Ativa com a Modelagem Matemática, fez com que os alunos exercitassem a competência crítica, pois o diálogo e o conhecimento reflexivo fizeram-se presentes durante a realização da atividade, conforme defendido por Skovsmose (2014). Dizemos que a competência crítica foi praticada com base em dois tipos de crítica construída pelos alunos, as quais denominamos de crítica sociopolítica e crítica epistemológica. Por um lado, a crítica sociopolítica caracteriza-se por uma análise das estruturas sociais (problemáticas, sob seus pontos de vista) para o fenômeno estudado, que no caso deste artigo refere-se ao modelo construído para o número de casos acumulados de pessoas infectadas por COVID-19 numa cidade do interior de São Paulo. Por outro lado, a crítica epistemológica refere-se às ponderações sobre o modelo matemático construído, levando em consideração os procedimentos, as metodologias e os resultados alcançados.

Após a construção do modelo matemático sobre o número de casos acumulados (figuras 5 e 6) os alunos verificaram uma diferença entre os dados observados e os resultados previstos pelo modelo. Inicialmente esse fato causou um estranhamento entre os estudantes, mas ao serem questionados sobre os possíveis fatores para essa diferença, estabeleceu-se um diálogo entre os estudantes, o qual apresenta-se por meio do DSC no quadro 1.

Quadro 1 – DSCCrítica sociopolítica

Eu acredito que vários fatores podem ter influenciado a diferença entre o que nós encontramos com a fórmula e os dados reais. Ouvi muito falar na televisão do problema de subnotificação aqui no Brasil, então pode ser que tenham mais pessoas infectadas. É, eu concordo, e que não procurou um médico, não foi ao hospital. Ah eu vi isso mesmo, não dá para fazer teste em todo mundo, parece que só faz nos casos mais graves. Ou ela nem sabe que esteja doente, pois também tem aqueles casos que a pessoa está infectada e não sabe, não é mesmo, professora? É, mas no começo da pandemia também tinha gente que estava doente e não sabia, acho que agora as pessoas procuram mais o hospital. Espirrou, a gente já acha que é coronavírus. É pode até ir no hospital, mas eles não vão fazer o teste já de cara. Ah, faz sim, acho que eram mais no começo que não fazia, minha opinião. Mas eu ainda acho que o problema da subnotificação é maior, pois quando estávamos coletando os dados sentimos falta de um monte de dias sem boletim que a gente ficou sem saber o que fazer. Sim, eu concordo, (...), o meu grupo tem outra opinião, não sei se está certo (...) essa diferença não pode ser também porque com o tempo as pessoas passaram a tomar mais cuidados e, por isso, o número não aumentou conforme foi previsto? É

assim, vou explicar melhor, o que a gente acha é que no começo as pessoas não estavam ligando muito, então a contaminação, a taxa de contaminação foi maior e então era previsto que fosse aumentando, mas com o passar do tempo as pessoas pararam de sair de casa, lavaram mais as mãos, álcool em gel, etc. É difícil saber o real motivo, eu acho que todo mundo que falou tem um pouco de razão, professora. eu ainda acho que a subnotificação é o maior problema. Faz sentido, faz sentido, não dá para saber certinho, fui olhar no site e estava faltando dias com boletim de novo. Os fatores que podem ter dado essa diferença seria que existem casos subnotificados ou até mesmo que a cidade está lidando com o coronavírus e o vencendo. Já imaginaria que iria dar uma diferença, mas não algo tão grande. Em relação aos primeiros dias a estimativa se aproximou muito do número real de casos, mas a partir de um certo ponto a estimativa mostra um número muito grande de casos em relação ao número real. Dois fatores podem ter influenciado a diferença entre eles: a subnotificação ou a eficácia nas políticas de combate ao Covid-19. Outros fatores influenciaram para o distanciamento do modelo e dos casos na vida real. Dentre eles, pode-se destacar: casos assintomáticos, subnotificações ou até mesmo uma fortificação do isolamento social.

Fonte: Material dos pesquisadores

No quadro 1, vê-se que os estudantes conseguiram olhar para diferentes problemáticas sociais que poderiam estar envolvidas nos resultados do modelo matemático construído por eles. Por meio do diálogo, eles foram apontando diferentes fatores sociais pertencentes a situação analisada. Inicialmente, um aluno citou um problema relacionado à subnotificação de pessoas infectadas *“Ouvi muito falar na televisão do problema de subnotificação aqui no Brasil, então pode ser que tenham mais pessoas infectadas”*. Sobre esse fato Gaete (2020) afirma que no Brasil e no mundo existe um cenário de incerteza sobre a taxa de mortalidade por COVID-19. As taxas têm variado especialmente pela incerteza sobre a quantidade total de pessoas infectadas, o que se dá especialmente pela falta de disponibilidade de testes de confirmação da infecção pela, produzindo discrepâncias importantes no cenário internacional.

Outros estudantes relacionaram esse fato com a conscientização da população em relação aos cuidados necessário para enfrentarmos o problema da pandemia, o que pode ser percebido na seguinte fala: *“o meu grupo tem outra opinião, não sei se está certo (...) essa diferença não pode ser também porque com o tempo as pessoas passaram a tomar mais cuidados e, por isso, o número não aumentou conforme foi previsto?”*.

Há ainda o apontamento de uma outra problemática relacionada à falta de informação, mas que agora não diz respeito à subnotificação, mas à falta de dados que são importantes para a construção do modelo. Tais apontamentos podem ser captados

por meio dos seguintes argumentos, “quando estávamos coletando os dados sentimos falta de um monte de dias sem boletim que a gente ficou sem saber o que fazer” e “fui olhar no site e estava faltando dias com boletim de novo”. Finalmente algumas críticas são resumidas por um aluno ao afirmar: “Dentre eles, pode-se destacar: casos assintomáticos, subnotificações ou até mesmo uma fortificação do isolamento social”.

Com base no modelo construído, os alunos buscaram uma compreensão para os resultados do fenômeno investigado e, de acordo com as suas análises, posicionaram-se criticamente sobre a realidade explorada. Vê-se que as discussões voltaram-se aos problemas sociais, acompanhadas por um tom de denúncia ou mesmo de descobrimento em relação ao ocorrido.

O ambiente proporcionado pela atividade favoreceu tais discussões, pois o diálogo foi o norteador dessa quinta etapa da atividade de Modelagem Matemática. Destaca-se também que tais diálogos foram favorecidos dada a importância do problema que estava relacionado a uma situação vivida por todos durante o desenrolar da atividade. Assim, constata-se que esse ambiente estava em conformidade com o defendido por Skovsmose (2014) sobre a organização da prática pedagógica com vistas ao desenvolvimento da competência crítica. Para esse autor, essa competência é exercida somente se no ambiente educacional se trabalhar o diálogo entre os alunos e com o professor, se houver atitudes democráticas em sala de aula, se o conhecimento inspirar reflexão. Outro aspecto fundamental, segundo o autor, para se desenvolver a competência crítica, é trazer para a aula problemas do cotidiano da comunidade e problemáticas sociais que envolvam a Matemática em sua argumentação.

No quadro 2 apresentamos o DSC referente ao que chamamos de crítica epistemológica. Trata-se da reflexão dos estudantes sobre os resultados obtidos no que corresponde a utilização, o alcance, os limites e a significação do seus próprios modelos e da aplicação da Matemática nas diversas áreas da nossa sociedade.

Quadro 2 – DSC Crítica epistemológica

É difícil chegar a um resultado certinho, eu fico pensando que se o modelo dos caras também aconteceu como o nosso, vão sobrar vagas nos hospitais de campanha. Melhor assim, né querido!!! Sim, eu não estou falando isso, estou falando que é difícil chegar um valor exato. A Matemática, apesar de não ser exata com seus modelos e previsões, é muito importante para entender o que acontece

na natureza. Se tratando de dados que a todo instante se atualizam é muito difícil chegar a um gráfico exato que mescle estimativa ao número real de casos, mas com aproximações é possível criar gráficos que se aproximam muito da realidade. Tivemos um problema sério com a falta de informação e acabou que cada um fez de um jeito, por isso há uma diferença também. Fica que não dá para saber qual dos grupos fez o trabalho mais correto, pois de um jeito ou de outro, faltou dados para todo mundo, o que aconteceu é que cada um resolveu de um jeito. Chegou uma hora que eu achei que estava tudo errado, pois apareceu aquele monte de número com vírgula, é que depois a professora foi explicando. É mesmo, aqueles exercícios que a gente tinha feito antes não tinha dado número assim, achei que estava tudo errado. Também achei bem estranho elevarmos um número decimal por outro, sendo que não é possível considerarmos pessoas assim (elas teriam que ser representadas por números inteiros). Eu não sabia que dava para fazer a fórmula no computador então eu tentei fazer na mão aqui em casa e além de acontecer isso - número com vírgula - cada ponto que eu pegava dava um número diferente, foi aí que eu mandei a mensagem pra você, professora. Agora entendi melhor o que você me explicou aquele dia, que os pontos não estão alinhados direitinho e por isso temos uma aproximação. Agora eu também consegui entender por que os número aparecem assim. Na verdade sempre que trabalhamos com dados reais acontece isso. Com os dados do experimento de física também acontece isso.

Fonte: Material dos Pesquisadores

A tarefa de olhar para o modelo levou os estudantes a discutirem alguns obstáculos encontrados na tomada de decisão com base em modelos matemáticos, o que pode ser verificado na seguinte fala: *“É difícil chegar a um resultado certinho, eu fico pensando que se o modelo dos caras também aconteceu como o nosso, vão sobrar vagas nos hospitais de campanha”*. Vê-se aqui a compreensão, por parte do estudante, de como a Matemática, em muitos casos é definidora de tomada de decisões em nossa sociedade, e o quanto a essa tomada de decisão está associada a um nível de incerteza. Trata-se de perceber a *matemática em ação*, conforme discutido por Skovsmose (2014). Além disso, o desdobramento da atividade fez com que os alunos tivessem um olhar atento ao processo de produção do modelo, o que pôde ser percebido nas argumentações de diferentes alunos: *“Tivemos um problema sério com a falta de informação e acabou que cada um fez de um jeito, por isso há uma diferença também. Fica que não dá para saber qual dos grupos fez o trabalho mais correto, pois de um jeito ou de outro, faltou dados para todo mundo o que aconteceu é que cada um resolveu de um jeito”*. Nessa fala fica implícita a preocupação dos alunos com o que concerne à coleta de dados fidedignos. Essa discussão vai ao encontro do argumento de Borba e Skovsmose (2001) sobre o fato de os modelos matemáticos serem definidores de

políticas públicas e daí a necessidade de um olhar atento e crítico sobre a maneira como a Matemática está presente nesses dados.

Outro aspecto a ser destacado sobre o DSC apresentado no quadro 2 é a importância da utilização de recursos tecnológicos nas atividades de Modelagem Matemática. Trabalhar com dados reais fez com que os alunos não chegassem a um modelo ideal, o qual, segundo suas falas, são aqueles que, no caso da função exponencial, a base, o valor inicial e o expoente são, na maioria das vezes, representados por números inteiros: *“Chegou uma hora que eu achei que estava tudo errado, pois apareceu aquele monte de número com vírgula, é que depois a professora foi explicando”, e ainda, “aqueles exercícios que a gente tinha feito antes não tinha dado número assim, achei que estava tudo errado”*. O emprego da tecnologia permitiu que os alunos entrassem em contato com algo que não é comum em suas atividades escolares, o que despertou o interesse, levando-os a analisar e refletir sobre o modelo encontrado. Ao compreender que trata-se de uma aproximação da realidade, um ajuste aos pontos, fizeram a sua validação. Como destacamos ao analisar a figura 2 de Vorhölter et al. (2019), a tecnologia desempenha uma função importante na etapa entre o modelo real e o modelo matemático. A importância da tecnologia nas atividades de modelagem Matemática também é abordada em Malheiros (2012) e é citada por Skovsmose (2014) como elemento importante para a competência crítica.

Enfatiza-se também nessa crítica epistemológica a forma como a Modelagem Matemática permitiu com que os alunos experimentassem e conhecessem que na aplicação da Matemática em problemas reais, os modelos não são ideias, ou seja, puderam entrar em contato com outra ideia de apresentação do conhecimento matemático, conforme diz o estudante: *“Eu não sabia que dava para fazer a fórmula no computador então eu tentei fazer na mão aqui em casa e além de acontecer isso (...) cada ponto que eu pegava dava um número diferente, (...) foi aí que eu mandei a mensagem pra você, professora. Agora entendi melhor o que você me explicou aquele dia.”* Tal fato é defendido por Alrø e Skovsmose (2006), ao falarem sobre os diferentes meios de aprendizagem. Para eles, os cenários de investigação, aqui entendidos como a atividade de Modelagem Matemática, têm a incumbência de desafiar um aspecto predominante em uma aula de matemática tradicional: o paradigma do exercício.

Por meio dessas análises depreende-se na Metodologia Ativa, que a Modelagem Matemática, estabelecida para o desenvolvimento de uma atividade de Matemática, cumpriu seu papel de motivar os alunos a participarem de maneira mais ativa na sua própria aprendizagem, seja por meio da interação com o próximo, do desenvolvimento do senso crítico e da capacidade de argumentação, conforme defendido por Souza e Fonseca (2017) e Paiva (2016).

## 6 Considerações finais

Sabemos que a escola tem um papel essencial na formação de indivíduos, pois muito além do que ensinar conteúdos, as atividades pedagógicas devem abrir espaço para a análise e reflexão de situações que nos são cotidianas. No caso da educação Matemática, ela pode e deve propor ações, nas quais os alunos possam investigar situações do mundo real à luz do conhecimento matemático.

Para que a escola cumpra esse papel, os alunos não podem ser entendidos apenas como receptores de informações, mas sobretudo, como aqueles que são capazes de propor problemas, resolvê-los e analisá-los e o professor tem uma tarefa essencial para que isso ocorra, que é mediar e orientar todo esse processo. Tais ações, incumbidas aos alunos e aos professores, tornam-se possíveis quando orientadas por uma Metodologia Ativa.

Neste trabalho, mostramos como a Modelagem Matemática, entendida como uma Metodologia Ativa, permitiu que estudantes exercitassem a competência crítica, mediante um olhar crítico para fatores sociais, o qual denominamos de crítica sociopolítica. Esses fatores sociais estavam relacionados à pandemia causada pela COVID-19, o que os levou os alunos a refletirem sobre como casos assintomáticos, subnotificações, fortificação do isolamento social e a falta de dados estavam implícitos no modelo por eles construído. Além disso, discutimos também a crítica epistemológica, a qual estava relacionada à tomada de decisão com base em modelos matemáticos, a validação do modelo e a importância da tecnologia nas atividades de Modelagem Matemática, que permitiram aos estudantes entrarem em contato com modelos não ideais, distanciando-os do paradigma do exercício.

Tais análises nos permitem afirmar que atividades orientadas por Metodologias Ativas apresentam-se como potencializadoras para a formação de cidadãos, capazes de conviver no seu cotidiano de forma consciente, crítica, participativa e democrática em sua comunidade.

## Referências

- Alrø, H., & Skovsmose, O. (2006). *Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática*. Tradução Orlando Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica.
- Ausubel, D. P., Novak, J. D., & Hanesian, H. (1980). *Psicologia Educacional*. 2ª ed.. Rio de Janeiro: Interamericana.
- Barbosa, J. C. (2001). Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: *Reunião Anual da Anped*, 24., 2001, Caxambu, Anais [...]. Rio de Janeiro: Anped.
- Borba, M., & Skovsmose, O. (2006). A ideologia da certeza em educação matemática. In: O. Skovsmose. *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*, pp. 127-148. Campinas: Papirus.
- Burak, D. A. (2004). Modelagem Matemática e a sala de aula. In: *Encontro Paranaense De Modelagem Em Educação Matemática*. Londrina. Anais [...].
- Burak, D. (2019). A Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática: olhares múltiplos e complexos. *Educação Matemática sem Fronteiras*, 1 (1), 96-111 Chapecó: UFFS.
- D'Ambrosio, U. (1991). Matemática, Ensino e Educação: uma proposta global. In: *Temas & Debates*, ano IV, v. 3, pp. 1-15. Rio Claro, SP: SBEM.
- Durkheim, E. (2003). *As regras do método sociológico*. São Paulo, Brasil: Martin Claret
- Figueiredo Filho, D. B. (2020). Crescimento exponencial da COVID- 19 não é 'fantasia'. *Revista Questão de Ciência*. Retirado em 28/05/2020 de <https://www.revistaquestaoodeciencia.com.br/index.php/artigo/2020/03/22/crescimento-exponencial-da-covid-19-nao-e-fantasia>

- Gaete, R. (2020). *Análise Subnotificação*. <https://ciis.fmrp.usp.br/covid19/analise-subnotificacao/>
- Jacobini, O. R.; & Wodewotzki, M. L. L. (2006). Uma reflexão sobre a Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática Crítica. *Revista Bolema*, 19 (25), 71-88. Rio Claro: UNESP.
- Kaiser, G., & Stender, P. (2013). Complex modelling problems in co-operative, self-directed learning environments. In G. Stillman, G. Kaiser, W. Blum, & J. Brown (Eds.), *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* (pp. 277-293). Dordrecht: Springer.
- Lefreve, F. & Levrefe, A. M. C. (2014). Discurso do sujeito coletivo: representações sociais e intervenções comunicativas. *Texto Contexto Enferm*, 23(2), 502-507.
- Leite, B. S. (2020). Estudo do corpus latente da internet sobre as metodologias ativas e tecnologias digitais no ensino das Ciências. *Pesquisa e Ensino*, 1, e202012. <https://doi.org/10.37853/pqe.e202012>
- Malheiros, A. P. S. (2012). Delineando convergências entre investigação temática e Modelagem Matemática. In: *Seminário Internacional De Pesquisas Em Educação Matemática*. Petrópolis. Anais [...]. Sociedade Brasileira de Educação Matemática.
- Mello, C. de., Almeida Neto, J. R., & Petrillo, R. P. (2019). *Metodologias Ativas: desafios contemporâneos e aprendizagem transformadora*. Rio de Janeiro: Freitas Bastos.
- Nascimento, J.L., & Feitosa, R.A. (2020). Metodologias ativas, como foco nos processos de ensino e aprendizagem. *Research, Society and Development*, 9(9), 1-17
- Paiva, T. Y. (2016). *Aprendizagem ativa e colaborativa: uma propostas de uso de metodologias ativas no ensino de Matemática*. Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade de Brasília: Brasília.
- Penteado, M. G.; Skovsmose, O. (2014). How to drag with a worn-out mouse? Searching for social justice thorough collaboration. In: O. Skovsmose, *Critique as Uncertainty*. Missoula: Information Age Publishing, pp. 21-36

Piffero, E.L.F., Soares, R.G., Coelho, C.P., & Roehrs, R. Metodologias Ativas e o ensino de Biologia: desafios e possibilidades no novo Ensino Médio. *Pesquisa&Ensino*, 2(18), 48-63.

Sales, F., Souza, F. C. & John, V. M. (2007). O emprego da abordagem do DSC (discurso do sujeito coletivo) na pesquisa em educação. *Linhas*, 8(1), 125-145.

Skovsmose, O. (2008). *Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica*. Campinas: Papyrus.

Skovsmose, O. (2014). *Um convite à Educação Matemática Crítica*. Campinas: Papyrus.

Souza, D. V., & Fonseca, R. F. (2017). Reflexões acerca da aprendizagem baseada em problemas na abordagem de noções de cálculo diferencial e integral. *Educação Matemática Pesquisa*, 19(1), 197-221. doi:<http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2017v19i1p197-221>.

Vorhölter K., Greefrath G., Borromeo Ferri R., Leiß D., Schukajlow S. (2019) MathematicalModelling. In: Jahnke H., Hefendehl-Hebeker L. (eds.) Traditions in German-Speaking Mathematics Education Research. *ICME-13 Monographs*. Cham: Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-11069-7\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-030-11069-7_4)