

Investigando a aprendizagem significativa de geometria no 8º ano com o apoio de uma sequência didática

Resumo: Este artigo é um recorte de uma dissertação de mestrado que investigou a eficácia de uma sequência didática de Geometria, aplicada a alunos do 8º ano, envolvendo o conceito e propriedades de triângulos. A pesquisa foi baseada na Teoria de Van Hiele para determinar o nível de aprendizagem antes e depois da aplicação de atividades alternativas, em paralelo ao ensino tradicional de Geometria. A sequência didática foi elaborada de maneira a induzir o estudante a compreender as propriedades características dos triângulos e sua generalização, alcançando uma Aprendizagem Significativa, segundo as teorias de Ausubel e Skemp. As atividades da sequência didática aplicada se diferenciavam do texto instrucional pelo uso de material concreto e a constante demanda por argumentações e justificativas. Depois de algum tempo foi possível verificar a retenção da aprendizagem, permitindo afirmar que os alunos alcançaram uma aprendizagem significativa, de acordo com as respostas a um pós-teste.

Palavras-chave: Geometria. Sequências didáticas. Aprendizagem significativa. Teoria de van Hiele.

1

Perla Christina Nunes da Silva

Mestranda em Ensino de Matemática (UFRJ). Professora de Matemática da Rede Pública Municipal de Ensino do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, Brasil.

 orcid.org/0000-0003-1478-3643

✉ perlachristina_8@hotmail.com

Lilian Nasser

Doutora em Educação Matemática (University of London). Pesquisadora do Projeto Fundão e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade de Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Rio de Janeiro, Brasil.

 orcid.org/0000-0001-600-4807

✉ lnasser.mat@gmail.com

Investigating significant learning of geometry in 8th grade with the support of a didactic sequence


Abstract: This article is part of a master dissertation, investigating the efficiency of a didactic sequence of Geometry, applied to 8th year students, concerning the concept and properties of triangles. The research was based on the Van Hiele Theory to determine the level of learning before and after the application of the didactic sequence, in parallel to the traditional teaching of Geometry. The didactic sequence was elaborated in order to induce the understanding of the properties of triangles and their generalization, reaching a Significant Learning, according to the theories of Ausubel and Skemp. The activities of the didactic sequence were different from the instructional text for the use of concrete materials and the constant demand for arguments and justifications. After some time it was possible to verify the retention of the learning, allowing the conclusion that the students had

Recebido em 07/01/2021

Aceito em 23/03/2021

Publicado em 29/06/2021

eISSN 2675-1933

 [10.37853.202141](https://doi.org/10.37853.202141)



reached a significant learning, according to the answers to a pot-test.

Key-words: Geometry. Didactic sequences. Significant learning. Van Hiele theory.

Investigando el aprendizaje significativo de la geometría en el año 8 com el apoyo de una secuencia didáctica

Resumen: Este artículo es un recorte de una disertación de maestrado que investigó la eficiencia de una secuencia didáctica de geometría, aplicada a alumnos del año 8, sobre el concepto de triángulos. La investigación fue basada en la teoría de Van Hiele para determinar el nivel de aprendizaje antes y después de la aplicación de una secuencia didáctica, en paralelo a la enseñanza tradicional de la Geometría. La secuencia didáctica fue elaborada de manera a inducir el estudiante a entender las características de los triángulos y su generalización, logrando un aprendizaje significativo, según las teorías de Ausubel y de Skemp. Las actividades de la secuencia didáctica se distinguieron del texto instruccional por el uso de material concreto y por argumentos y justificaciones. Después de un cierto tiempo, fue posible verificar la retención del aprendizaje, permitiendo afirmar que los estudiantes hubieran alcanzado un conocimiento significativo, según las respuestas a un post-prueba.

Palabras clave: Geometría. Secuencia didáctica. El aprender significativo. Teoría de van Hiele.

1 Introdução

Este trabalho foi motivado pela observação das dificuldades na aprendizagem de Geometria na Educação Básica, causadas, principalmente pelas modificações, ao longo do tempo, no currículo de Matemática. Também podem ser consideradas causas das dificuldades algumas abordagens adotadas no ensino de Geometria e a formação dos professores para o seu ensino.

Os desdobramentos históricos da disciplina de Matemática de certa forma explicam as dificuldades dos alunos em aprender e dos professores ao ensinar Geometria. Antes da década de 60, era fragmentada em outras três disciplinas:

Geometria, Aritmética e Álgebra, e com o movimento da Matemática Moderna passou a ser ensinada de forma conjunta, mas não completamente integrada, tornando o ensino de Geometria subordinado ao ensino da Álgebra.

Além disso, no currículo de Matemática, os conteúdos já apareciam compartimentalizados em quatro blocos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1998): Espaço e Forma, Números e Operações, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Estes foram herdados pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), como cinco unidades temáticas (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística). Sendo assim, o currículo, que passou por um esvaziamento de conteúdos, permaneceu inábil no sentido de compor relações entre os conceitos matemáticos, criando obstáculos, principalmente na resolução de problemas em diferentes contextos.

Atualmente, ainda é adotada uma abordagem tradicional para o ensino de geometria em algumas salas de aula, designada por Alro & Skovsmose (2006) como paradigma do exercício, que segue o roteiro: definição, exemplo e exercícios. Esse modelo, por ser de caráter puramente prescritivo e repetitivo, já foi amplamente criticado por diversos pesquisadores em educação por não desenvolver uma aprendizagem real e significativa. Ou seja, os estudantes não se apropriam do conhecimento, mas se transformam em copiadores e reprodutores de conteúdos.

A exclusão da disciplina de Desenho Geométrico dos currículos da Educação Básica também contribuiu para minimizar a atenção à disciplina de Geometria, na medida em que os alunos não têm oportunidade de aprender a manusear os instrumentos geométricos. Apolinário (2018, p. 60) pesquisou alterações nos currículos da Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro, e constatou que “o conteúdo de desenho geométrico não é contemplado nos cadernos pedagógicos para os três anos finais do Ensino Fundamental. No entanto, em alguns momentos aparecem sugestões de construções geométricas”, como a construção de ângulos e de retas paralelas.

Segundo Pavanello & Andrade (2002, p. 80), “a geometria é pouco ensinada em nossas escolas, principalmente porque os professores consideram sua própria formação em relação a esse conteúdo bastante precária”. Portanto, para o resgate da importância da Geometria no ensino, é preciso capacitar os professores em formação inicial e em

exercício para se sentirem seguros para ensinar Geometria em suas turmas do Ensino Fundamental e Médio. Assim, seria possível ressignificar o ensino de Geometria na formação do professor, para futuramente impactar sua prática docente, contribuindo para o resgate do seu ensino.

O abandono do ensino de Geometria no Brasil tem sido tema de diversas pesquisas e artigos, refletindo a preocupação com a falta dos conteúdos geométricos na Escola Básica. Um dos primeiros trabalhos nesse sentido se deve a Pavanello (1993), que analisou causas e consequências do abandono do ensino de Geometria, com base num relato histórico do ensino dessa disciplina, afirmando que:

Existem fortes motivos para a inquietação dos professores com o abandono da geometria e sua insistência em melhorar seus conhecimentos com relação a ela. A ausência do ensino de geometria e a ênfase no ensino de álgebra podem estar prejudicando a formação dos alunos por privá-los da possibilidade do desenvolvimento integral dos processos de pensamento necessários à resolução de problemas matemáticos (Pavanello, 1993, p.16).

Essa inquietação deu origem a muitos outros trabalhos de pesquisa, que focaram na ausência da Geometria na prática pedagógica de grande parte de professores (Fonseca, Lopes & Axt, 2002; Nacarato, 2007; Grandó, 2009; Leivas, 2020). No entanto, o ensino contextualizado de Geometria, gerando compreensão, tem sido enfaticamente recomendado tanto pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1997), quanto pela nova Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que recomenda que, nos anos finais do Ensino Fundamental, a geometria:

[...] não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume e nem a aplicações numérica imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras (Brasil, 2017, p. 228).

Apenas após a década de 90 e com a publicação dos PCNs é que o ensino de Geometria foi revisto no currículo brasileiro. Contudo, levou um tempo para que os professores e as escolas de maneira geral se adaptassem a essa nova orientação curricular, não gerando mudanças imediatas e nem reais na prática escolar dos professores na Educação Básica.

O ensino de Geometria possui papel fundamental no desenvolvimento do indivíduo em suas diversas dimensões, como a noção de espaço, distância, área, volume, suas propriedades e relações. As propriedades e relações auxiliam na resolução de

problemas de natureza prática e no processo de abstração e dedução. Por esse motivo, o Ensino de Geometria não pode ser reduzido à memorização de fórmulas e à resolução de exercícios repetitivos. É preciso que os alunos atuem na construção do seu conhecimento, compreendendo o significado dos conteúdos. Este trabalho contribui no desenvolvimento de um conjunto de atividades que formam uma sequência didática, com esse objetivo.

É importante fortalecer a autonomia dos estudantes, para que sejam capazes de argumentar, conjecturar e testar hipóteses, para confirmá-las ou refutá-las. A BNCC defende que “esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional” (Brasil, 2017, p.266).

Dessa forma, seguindo as recomendações da BNCC, a aprendizagem nos anos finais do Ensino Fundamental deve consolidar os conhecimentos estabelecidos nos anos iniciais e promover a apreensão de significado dos objetos matemáticos, assim como destacar a importância da comunicação em linguagem matemática. Além disso, a BNCC propõe o uso de ferramentas virtuais e não-virtuais para auxiliar nessa aprendizagem.

É preciso um olhar especial na formação inicial docente, que se mostra insuficiente quanto ao conhecimento do que Shullman (1986) chama de saber pedagógico do conteúdo, que permite ao professor tornar o conteúdo compreensível para o discente. Ou seja, o docente deve ser capaz de determinar a melhor maneira de apresentar um conteúdo, planejá-lo e testá-lo com diferentes abordagens e métodos de ensino, o que seria importante para auxiliar no ensino de qualquer conteúdo.

Quando a escola adota um material instrucional obrigatório, se a abordagem for sempre a mesma, fica difícil atingir todos os alunos, que podem estar em estágios diferentes de raciocínio, de acordo com a teoria de van Hiele, como é explicado na próxima seção. No caso da Geometria, os resultados são apresentados prontos, com exercícios repetitivos, não dando oportunidade aos alunos de raciocinar para construir uma aprendizagem significativa.

Este estudo é parte de uma pesquisa desenvolvida em uma turma do 8º ano de uma escola privada do Rio de Janeiro, que adota um material instrucional obrigatório.

Como o material didático apresenta os resultados prontos, as dificuldades em Geometria chamaram a atenção da pesquisadora, que atuava como professora de apoio, em paralelo às aulas dadas pelo professor da turma.

Apesar de todas as dificuldades observadas, a ideia era buscar meios de proporcionar aos alunos a possibilidade de vivenciar atividades com abordagens diversificadas, com o uso de ferramentas não permitidas pelo material didático, estimular a investigação de padrões observáveis e promover a produção escrita de argumentos matemáticos e não apenas valorizar a elaboração de cálculos.

Portanto, este artigo relata o impacto de uma sequência didática, desenvolvida com o objetivo de ajudar esses alunos a progredir em seus níveis de van Hiele e no alcance de aprendizagem significativa de Geometria, no que se refere ao tópico de triângulos. Os detalhes da pesquisa estão registrados na dissertação de mestrado de Silva (2021).

2 Referencial teórico

A pesquisa se apoiou na Teoria de van Hiele para a aprendizagem de Geometria, e nas teorias de Ausubel e Skemp no que se refere à Aprendizagem Significativa. Além disso, também nos debruçamos sobre os escritos de Zabala, sobre a validade e a adequação de usar sequências didáticas, com foco em um tópico específico, elaboradas com o objetivo de alcançar uma aprendizagem significativa.

2.1 Teoria de van Hiele

As dificuldades nas tarefas geométricas de seus alunos do Ensino Secundário levaram os professores holandeses Pierre e Dina van Hiele a conceber uma teoria para o desenvolvimento do pensamento geométrico (Van Hiele, 1986). Este modelo estabelece que os alunos progridem através de uma sequência hierárquica de níveis de compreensão de conceitos enquanto eles aprendem Geometria. Van Hiele estabeleceu cinco níveis, descritos por Nasser (1992) como:

- *Básico - Reconhecimento* - o aluno reconhece as figuras geométricas por sua aparência global, mas não identifica explicitamente suas propriedades. Ex.: o aluno identifica a figura de um quadrado, e ao ser perguntado por que, a resposta é do tipo: "porque se parece com um quadrado".
- *Análise* - o aluno conhece e analisa as propriedades das figuras geométricas, mas não relaciona explicitamente as diversas figuras ou propriedades entre si. Ex.: o aluno sabe que o quadrado tem quatro lados iguais e quatro ângulos retos.
- *Ordenação* - o aluno relaciona as figuras entre si de acordo com suas propriedades, mas não domina o processo dedutivo. Ex.: o aluno reconhece que todo quadrado é um retângulo, e que todo retângulo é um paralelogramo.
- *Dedução* - o aluno compreende o processo dedutivo, a recíproca de um teorema, as condições necessária e suficiente, mas não sente necessidade usar rigor matemático. Ex.: o aluno entende porque o postulado das paralelas implica que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° .
- *Rigor* - o aluno compreende a importância do rigor nas demonstrações, e é capaz de analisar outras geometrias.

O modelo de van Hiele foi muito utilizado, servindo de base para o desenho curricular em diversos países, já que estabelece que o progresso de níveis depende das atividades de ensino e não apenas da idade ou maturidade dos alunos. Professores responsáveis pelo ensino de Geometria devem estar cientes das seguintes implicações da teoria de van Hiele, para que haja aprendizagem:

[...] os alunos passam pelos níveis em ordem consecutiva, mas não no mesmo ritmo. É possível encontrar na mesma turma alunos em diversos níveis; em cada sala de aula deve-se tentar ter o professor, os alunos e o livro texto funcionando no mesmo nível (Nasser, 1990, p.98).

Nasser (1992) afirma ainda que o material didático de Geometria para o Ensino Fundamental segue, em geral, a linguagem e as características do terceiro nível, enquanto o aluno típico raciocina no primeiro nível, ou mesmo, nem consegue atingir esse nível, daí as dificuldades encontradas.

Para o ensino de Geometria, segundo Crowley (1994, p. 8), "nos escritos de van Hiele está implícita a noção de que seria apresentada às crianças uma variedade ampla de experiências geométricas". Essas experiências variam de acordo com os níveis, ou

seja, há uma série de experiências importantes para os alunos que raciocinam nos níveis iniciais consolidarem seu pensamento geométrico e assim terem a oportunidade de progredir para os próximos níveis. Entre essas experiências estão, por exemplo, manipular, colorir, dobrar e construir figuras geométricas, identificar uma figura ou uma relação geométrica, criar figuras, descrever figuras e resolver problemas manejando figuras, medindo e contando.

É importante ressaltar que o mesmo resultado pode ser vivenciado pelos alunos em diferentes níveis de raciocínio. Ao professor cabe escolher qual a abordagem mais adequada para a sua turma.

Quando se inicia um ano letivo ou um trabalho de intervenção é importante que se faça uma avaliação diagnóstica, para identificar os níveis dos alunos e para que seja possível oferecer tarefas adequadas ao nível atingido pela maioria da turma. Dessa forma, é possível desenvolver juntamente com os estudantes as habilidades necessárias para avançar aos demais níveis. Silva, Franqueira & Nasser (2019), Nasser & Cardoso (2020), ressaltam que o mesmo resultado pode ser vivenciado pelos alunos em diferentes níveis de raciocínio e que cabe ao professor escolher a abordagem mais adequada para cada turma.

Essa foi à primeira etapa da pesquisa, quando aplicamos os testes de van Hiele e uma questão aberta, para nos certificarmos do nível que deveria ser adotado na sequência didática que seria elaborada.

2.2 Aprendizagem significativa

A aprendizagem significativa foi tema das pesquisas desenvolvidas por Ausubel, segundo o qual, “o fator mais importante que influencia a aprendizagem é o que o aprendiz já sabe. Descubra isso e ensine-o adequadamente” (Ausubel, 1968, prefácio).

Segundo Ausubel, para que a aprendizagem seja significativa, é necessário que o conteúdo faça algum sentido para o aluno e, nesse processo, a informação deverá interagir e ancorar-se nos conceitos relevantes já existentes na estrutura cognitiva na mente do aluno. Novas ideias e informações são aprendidas e retidas na medida em que existem pontos de ancoragem. A aprendizagem significativa ocorre quando uma nova informação se ancora em conceitos relevantes preexistentes na estrutura cognitiva de

quem aprende. É importante observar que a aprendizagem implica em modificações na estrutura cognitiva e não apenas em acréscimos (Nasser, 1992).

Skemp (1979) desenvolveu uma teoria sobre a aquisição de conceitos matemáticos, distinguindo três tipos de compreensão: instrumental, relacional e lógica. A aprendizagem instrumental ocorre quando o estudante é capaz de aplicar uma regra decorada na resolução de um problema, sem saber explicar por que essa regra funciona. Por outro lado, a aprendizagem relacional se evidencia pela habilidade de deduzir procedimentos ou regras específicos, a partir de resultados matemáticos mais gerais. Já a compreensão lógica se caracteriza pela capacidade de demonstrar conjecturas a partir de uma cadeia de premissas conhecidas ou resultados matemáticos estabelecidos, como axiomas e teoremas. De acordo com essas definições, observa-se que o tipo de ensino adotado na escola investigada, seguindo a aplicação do material didático, pode propiciar no máximo uma aprendizagem instrumental. A sequência didática desenvolvida tem como objetivo proporcionar a aprendizagem relacional dos alunos da amostra nos tópicos de geometria abordados, que é o tipo de aprendizagem adequado à Educação Básica.

3 Sequências didáticas

Considerando o uso de sequências didáticas como metodologia de pesquisa, destaca-se a Engenharia Didática, definida por Michelle Artigue (1996) como uma metodologia de investigação, caracterizada por “um esquema experimental baseado em ‘realizações didáticas’ na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de sequências de ensino” (Artigue, 1996, p. 196).

Zabala (1998), por sua vez, estabeleceu os pressupostos teóricos das sequências didáticas, que constituem uma forma eficaz de encadear as atividades de modo lógico, para se alcançar os objetivos de uma unidade didática. Para esse pesquisador, as sequências didáticas são um “conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos” (Zabala, 1998, p. 18).

Além disso, as sequências didáticas reúnem toda complexidade da prática. Nelas estão incutidas as três fases de intervenção reflexiva: planejamento, avaliação e reflexão.

De fato, toda prática docente deve ser reflexiva; o constante planejamento e a avaliação dos processos educacionais são inseparáveis da prática. Ademais, a intervenção pedagógica, que é a própria aula, deve levar em conta as intenções, previsões, expectativas e a avaliação dos resultados. Por isso, de acordo com Zabala (1998), a análise da intervenção pedagógica precisa compreender a realidade da aula, onde estão interligados o planejamento, a aplicação e a avaliação.

Para realizar o planejamento é importante que seja feito um levantamento; ou seja, uma diagnose a respeito do que os alunos já conhecem. Como afirma Ausubel, eles já trazem muitos conhecimentos para a sala de aula e, portanto, os professores devem organizar atividades para desenvolver esses conhecimentos, levando à compreensão instrumental, relacional e lógica.

A sequência didática, dependendo da forma da sua organização, é muito importante na prática educativa. Sequências de atividades podem provocar nos estudantes indagações, discussões, atitudes e ações que deverão ser mediadas pelo professor. Com isso, tanto o docente como o estudante adquirem novos conhecimentos (França, 2019). Pode-se destacar, segundo Zabala (1998), que a chave de todo conhecimento são as relações entre professores, alunos e conteúdos de aprendizagem e que vão se estabelecendo ao longo da sequência didática. “Deste modo, as atividades, e as sequências que formam, terão um ou outro efeito educativo em função das características específicas das relações que possibilitam” (Zabala, 1998, p.89). Nesse sentido, cada aprendiz constrói sua aprendizagem, estimulado por seus pares. Esse processo está intrinsecamente ligado ao interesse, disponibilidade, conhecimentos prévios e experiência.

Assim, a partir das concepções de Artigue (1996) e Zabala (1998), a sequência didática estruturada poderá ser um caminho metodológico para alcançar a aprendizagem significativa de uma unidade didática.

4 Metodologia

Para o desenvolvimento da investigação foi escolhida uma turma que cursava o 8º ano do Ensino Fundamental em 2019, com 40 alunos que dividiam espaço em uma sala relativamente pequena, com corredores estreitos entre as carteiras. A turma era

bastante falante, pois a maioria de seus integrantes já estudava na rede anteriormente e se conheciam há pelo menos dois anos, ou seja, desde o 6º ano, com exceção de uns três alunos novos na turma.

A escola faz parte de um sistema de ensino com perfil de colégio e curso, no qual o material didático é de uso obrigatório e este deve ser seguido integralmente. Atividades além do livro podem ser trabalhadas, mas, dificilmente sobra tempo para realizá-las, pois o cronograma preenche todo o calendário escolar.

O material didático contém a parte de Geometria separada da algébrica, mas não exclusivamente. Ou seja, o conteúdo geométrico se apropria do algébrico e vice-versa, para favorecer o entendimento dos conteúdos matemáticos. É um material bem-apresentado com algumas propostas de atividades (não-obrigatórias). Contudo, pouco se trabalha as construções geométricas, as propriedades, a comparação, a argumentação e a generalização de padrões observáveis. O uso do material didático é obrigatório para os alunos e professores, todos os exercícios devem ser feitos e corrigidos em sala de aula.

Os conteúdos de geometria são apresentados com resultados e fórmulas prontas. A memorização das características principais é incentivada, não favorecendo a construção de conceitos matemáticos. Por todos esses motivos seria desafiador propor a esses alunos uma experiência além do livro didático, visando a uma aprendizagem mais significativa, favorecendo a construção dos conhecimentos geométricos.

5 Identificando os níveis de van Hiele dos alunos

Para iniciar o processo de investigação, era necessário identificar os níveis de van Hiele atingidos pelos alunos da turma. As atividades de Geometria propostas para a turma deveriam ser elaboradas seguindo as características do nível em que a maioria dos alunos da turma estava raciocinando, de modo a tentar unificar o patamar alcançado e promover a compreensão significativa dos resultados.

Os três primeiros testes de van Hiele referentes aos níveis 1, 2 e 3 (Nasser & Sant'anna,1997) foram aplicados no mesmo dia. O principal objetivo da aplicação dos testes era verificar se os alunos sabiam identificar as figuras geométricas, descrever suas propriedades e perceber a inclusão de classes das figuras geométricas.

Ao analisarmos os resultados dos testes respondidos por 37 alunos (figura 1), percebemos que cerca de um quarto da turma não tinha alcançado nem o primeiro nível, 10 alunos (27%) estavam no nível 1, 11 alunos (30%) no nível 2, apenas um aluno alcançou o nível 3 e 6 alunos (16%) tiveram resultados discrepantes, no sentido de que não alcançaram o primeiro nível, mas conseguiram acertar pelo menos 3 questões do nível 2. Estes alunos demonstram ter lacunas na aprendizagem de Geometria, que deveriam ser cobertas com um ensino mais sistemático e significativo.

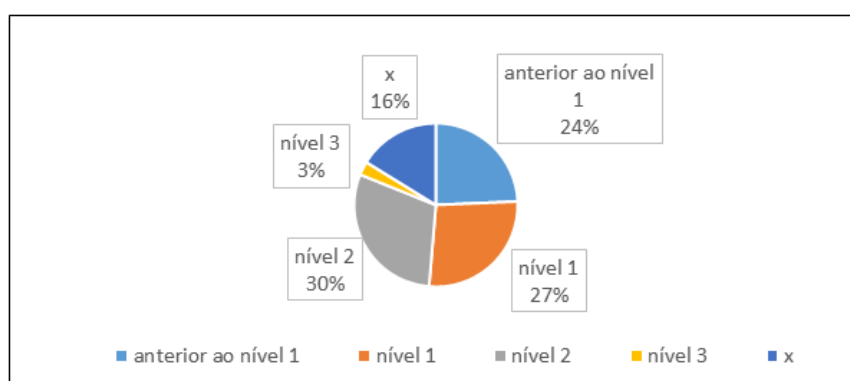


Figura 1 – Níveis de van Hiele da turma.
Fonte: As autoras

O resultado dos testes de van Hiele indica que os alunos da turma possuem diversas dificuldades para reconhecer e descrever figuras geométricas. Esse baixo rendimento pode ser explicado pelo tipo de abordagem adotado pelo material didático, apresentando os resultados prontos, sem promover experiências para a construção do conhecimento.

Portanto, sentimos necessidade de comprovar os níveis identificados pelos testes, com a aplicação de uma nova atividade, discursiva. As respostas a essa atividade poderiam nos ajudar a entender as discrepâncias no perfil dos alunos que não seguiram a hierarquia dos níveis. A questão aplicada foi criada para a pesquisa de doutorado de Costa (2019), e é mostrada na figura 2.

Esta questão foi escolhida porque as respostas podem ser dadas no nível 1, se o aluno apenas distingue a figura de um retângulo de outras, no nível 2, se consegue explicitar as propriedades das figuras desenhadas e no nível 3, se reconhece que o quadrado não serve de exemplo para a figura do colega. Além disso, fica claro que o

aluno que não consegue desenhar um retângulo, ou não identifica a figura do colega, não alcançou nem o nível 1. Dos 37 alunos que responderam aos testes de van Hiele, quatro faltaram e deixaram de responder à questão aberta.

Você desenhou um retângulo. Seu colega desenhou uma figura de quatro lados que não é um retângulo. Nos espaços abaixo, desenhe como poderia ser a sua figura e a figura do seu colega:

| SUA FIGURA: | FIGURA DO SEU COLEGA: |
|-------------|-----------------------|
| | |

Justifique porque:

| Sua figura é um retângulo: | A figura do seu colega não é um retângulo: |
|----------------------------|--|
| <p>_____</p> <p>_____</p> | <p>_____</p> <p>_____</p> |

Figura 2 – Questão aberta aplicada na pesquisa.
Fonte: Costa (2019)

Cerca de 70% dos alunos deram a resposta de acordo com o nível em que foram classificados pelos testes de van Hiele. Por outro lado, dez alunos responderam usando raciocínio superior ao do seu nível, identificado no pré-teste. Embora todos os alunos tenham desenhado um retângulo, a grande maioria desenhou um quadrado como exemplo de figura que não era um retângulo, mostrando que não tinham alcançado o terceiro nível.

Os resultados dos testes de van Hiele e das respostas à questão aberta mostram que a maioria da turma se dividia entre os dois primeiros níveis de van Hiele. Portanto, as atividades da sequência didática a serem desenvolvidas para acompanhar os conteúdos de geometria do material didático da turma deveriam se basear nesses níveis. Tais atividades deveriam promover o contato com materiais concretos para facilitar a compreensão e, ao mesmo tempo, incentivar o progresso para o terceiro nível. Essa parte inicial da pesquisa foi relatada em Silva, Franqueira & Nasser (2019).

A sequência didática foi, então, elaborada levando em consideração os conteúdos do material didático da escola, que estava sendo apresentada pelo professor de Matemática da turma, e foi trabalhada pela pesquisadora nas aulas de apoio.

6 A sequência didática

O objetivo da aplicação da sequência didática é acompanhar o conteúdo do material escolar adotado, com atividades práticas, usando material concreto, levando o aluno a compreender e assimilar os resultados que tinham sido apresentados prontos. Devido ao curto tempo disponível para a pesquisa, a sequência didática foi planejada para seguir os seguintes tópicos: Triângulos (classificação e condição de existência); Lei angular de Tales; Teorema do ângulo externo; Cevianas (bissetriz, altura e mediana) e Congruência de triângulos.

A sequência foi elaborada contando com seis atividades, algumas se desdobrando em mais de uma parte, como no estudo das cevianas e dos casos de congruência. As atividades da sequência didática foram aplicadas em aulas semanais, pela pesquisadora, que era professora de apoio, num espaço de dois meses, paralelamente ao desenvolvimento do conteúdo pelo professor da turma, que seguia o material didático.

A tabela 1 mostra os temas abordados nas atividades da sequência didática.

Tabela 1 – Resumo das atividades da Sequência didática

| Atividade | Tema abordado | Descrição |
|-----------|--|--|
| I | Condição de existência de um triângulo | 5 tarefas, usando canudos de diversos comprimentos. |
| II | Classificação de triângulos | 3 tarefas, usando recortes de triângulos para comparar medidas de lados e ângulos. |
| III | Teorema Angular de Tales | 3 tarefas, com triângulos recortados, levando ao valor da soma dos ângulos internos. |
| IV | Teorema do ângulo externo | 5 tarefas com triângulos para comparar as medidas de ângulos internos e externos. |
| V | Cevianas: alturas, medianas e bissetrizes internas de um triângulo | 3 partes, com 5 tarefas em cada, explorando alturas, medianas e bissetrizes internas. |
| VI | Congruência de triângulos | 2 partes, explorando a construção de triângulos, variando os dados, para levar à conclusão dos 3 casos de congruência. |

Fonte: As autoras

A coleta de dados realizada focou na produção escrita dos estudantes, ou seja, foram recolhidas todas as folhas de atividades da Sequência Didática, assim como as folhas preenchidas do pré-teste e do pós-teste. Além disso, foi elaborado um diário de campo, com as anotações observadas ao longo da aplicação das atividades de toda a Sequência Didática.

As atividades tinham a característica comum de promover o raciocínio dos estudantes, solicitando justificativas para o trabalho desenvolvido com material concreto exploratório. Foram estabelecidos a priori os objetivos de cada atividade, que foram depois comparados com as respostas obtidas.

A análise do material recolhido com as respostas às atividades indica que os alunos têm muita dificuldade em se expressar, embora tenham conseguido, em geral, concluir o que era solicitado. Alguns exemplos de respostas são mostrados a seguir, com comentários sobre o desenvolvimento de cada atividade.

Para a atividade I foram distribuídas as fichas e algumas régua, canudos e tesouras. Nos primeiros três itens da atividade, os alunos tiveram dificuldade de manusear a régua para medir os canudos e cortá-los de acordo com as medidas indicadas. Com o objetivo de deixar registradas as construções, optamos por pedir que os alunos colassem os triângulos formados em folhas de papel, em vez de usar linha. Apesar dessa dificuldade, 11 alunos conseguiram chegar ao resultado esperado, como ilustra a figura 3.

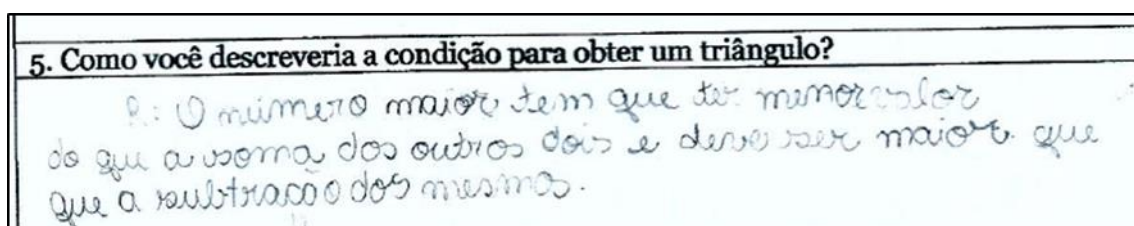


Figura 3 – Resposta de um aluno à Atividade I.
Fonte: As autoras

No início da atividade II, os alunos receberam uma ficha e um envelope com dois conjuntos de triângulos recortados, numerados de 1 a 8. Uma sequência de triângulos 1 a 8 deveria ser usada para a tarefa (a), agrupados de acordo com o número de lados iguais e a outra sequência para a tarefa (b), agrupada de acordo com o número de

ângulos iguais. Depois de colar na folha os triângulos já classificados, eles deveriam responder à tarefa (c), que seria nomear os triângulos de acordo com a classificação dada.

Alguns alunos escreveram a classificação do ângulo, por exemplo, triângulo agudo ou triângulo obtuso, não sabendo o nome específico da classificação do triângulo, o que revela uma característica de primeiro nível de Van Hiele. A figura 4 mostra uma resposta que de nota esse comportamento.

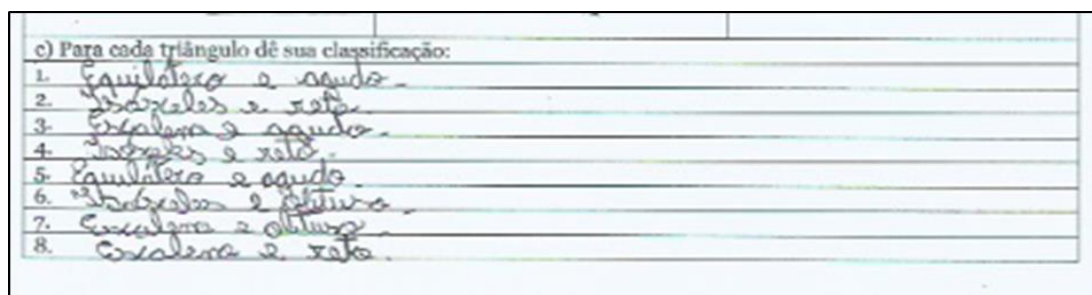


Figura 4 – Resposta de um aluno ao item (c) da Atividade I1.
Fonte: As autoras (2019)

Para a atividade III, os alunos deveriam recortar o triângulo desenhado na ficha, e tentar dobrar, seguindo as instruções, para verificar a soma das medidas dos seus ângulos internos. Com a sobra da folha, que não jogaram fora, poderiam desenhar o triângulo que quisessem e verificar se ocorreria a mesma coisa. No terceiro item, em que teriam que tirar conclusões sobre a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo, a maioria concluiu que a soma dos ângulos internos do triângulo é 180° , como mostra a figura 5. No entanto, 4 alunos afirmaram que alguns triângulos possuem essa propriedade, mas pode ser que existam triângulos para os quais essa propriedade não se aplica.

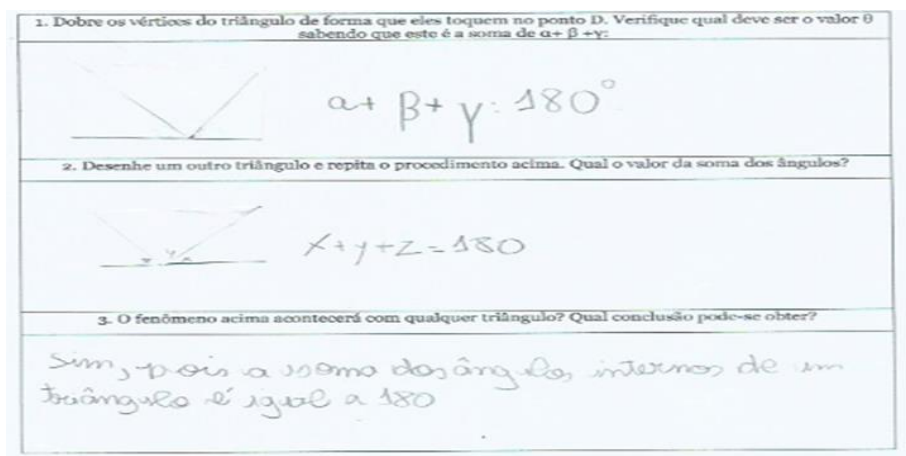


Figura 5 – Resposta correta à Atividade III.
Fonte: As autoras

Na atividade IV, os alunos deveriam medir os ângulos externos de um triângulo dado, e observar se havia alguma relação como os ângulos internos, cujas medidas estavam registradas. Onze alunos concluíram que o ângulo interno é suplementar ao externo, mas apenas 5 alunos concluíram que a soma dos ângulos externos é 360° . Uma dessas respostas é mostrada na figura 6.

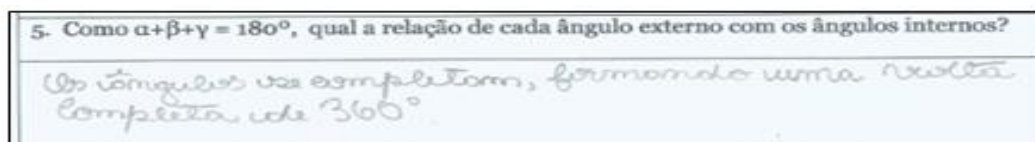


Figura 6 – Exemplo da Atividade IV, com resposta incompleta.
Fonte: As autoras

A atividade V era composta por três partes, uma relativa a cada ceviana. Os alunos tiveram muita dificuldade em aceitar que o triângulo tinha 3 alturas e, em alguns casos viravam a folha para “enxergar” a altura. Também estranharam o caso do triângulo obtusângulo, que tem alturas fora do triângulo. Apesar das dificuldades iniciais, conseguiram traçar as alturas, medianas e bissetrizes internas e encontrar os pontos de encontro em cada caso, mas apenas cerca de metade dos alunos conseguiu esboçar algum tipo de justificativa.

A atividade VI foi adaptada do livro Geometria segundo a Teoria de Van Hiele, do Projeto Fundão (Nasser & Sant’anna, 1997). A atividade foi separada em 2 fichas, com 7

tarefas no total. O objetivo geral era que os alunos percebessem as características necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam congruentes. Usando régua e transferidor, deveriam construir triângulos de acordo com as informações dadas e, no final, concluir os 3 casos de congruência de triângulos, completando a tabela mostrada na figura 7.

Apesar das dificuldades com o manuseio dos instrumentos de desenho geométrico, vinte e sete alunos rascunharam algum tipo de justificativa.

7. Com as informações obtidas nas atividades complete a tabela.

| | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Nº de lados dados | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 1 |
| Nº de ângulos dados | 0 | 3 | 1 | 0 | 1 | 2 |
| Ordem em que os elementos conhecidos aparecem | LLL | AAA | LA | LL | LAL | ALA |
| O triângulo está bem determinado? | - | NÃO | NÃO | NÃO | Sim | Sim |

Figura 7 – Exemplo de resposta da Atividade VI, com a tabela preenchida corretamente.
Fonte: As autoras

Esta última atividade da sequência didática foi aplicada em junho e passamos a pensar no layout do pós-teste, pois não seria adequado aplicar os mesmos testes de van Hiele usados antes do desenvolvimento das atividades da pesquisa.

Foi, então, elaborado um pós-teste, envolvendo as propriedades de triângulo trabalhadas nas atividades da sequência didática, aplicado após as férias escolares do meio do ano, no mês de agosto. O teste levou em consideração todos os conteúdos abordados nas atividades aplicadas, divididas em 3 blocos. As atividades do 1º bloco podem ser resolvidas usando raciocínio do nível 1 de Van Hiele, o 2º bloco requer raciocínio do segundo nível, enquanto os itens do terceiro bloco exigem raciocínio do terceiro nível. Dessa forma, o aluno que acertasse 3 das 5 questões de um bloco teria aquele nível de van Hiele consolidado.

7 Resultados

Para análise dos resultados foi acompanhada a trajetória de cada aluno no pré-teste de van Hiele, na resolução da questão aberta, participando das atividades da

Sequência Didática e nas repostas ao pós-teste. Dos 40 alunos da turma, apenas 31 participaram de todas essas tarefas. Portanto, nossa amostra será constituída por esses 31 alunos. A tabela 2 mostra um resumo dos resultados obtidos na pesquisa. Os alunos que não conseguiram atingir nem o primeiro nível foram classificados como “sem nível”, enquanto aqueles que não obedeceram à hierarquia dos níveis são identificados como “discrepantes”.

Tabela 2 – Resumo dos resultados: número de alunos e porcentagem da turma

| Classificação | Pré-teste (VH) | % da turma na questão aberta | % da turma no pós-teste |
|---------------|----------------|------------------------------|-------------------------|
| Sem nível | 8 (25,8%) | 7 (22,6%) | 5 (16,1%) |
| Nível 1 | 8 (25,8%) | 13 (41,9%) | 2 (6,5%) |
| Nível 2 | 9 (29,03%) | 10 (32,25%) | 2 (6,5%) |
| Nível 3 | 1 (3,2%) | 1 (3,23%) | 18 (58,1%) |
| Discrepantes | 5 (16,2%) | --- | 4 (12,1%) |
| Total | 31 | 31 | 31 |

Fonte: As autoras

A tabela 2 mostra o movimento de progresso nos níveis em que os alunos responderam às atividades. No pré-teste, o número de alunos sem nível, no nível 1 e no nível 2 eram quase iguais. As respostas à questão aberta já mostram uma evolução, com um número considerável de alunos passando de sem nível ou de discrepante para o nível 1. Já no pós-teste, após vivenciar as atividades da sequência didática, observa-se que mais da metade da turma conseguiu apresentar respostas com características de nível 3.

Isso indica que a sequência didática contribuiu para que os alunos tomassem consciência das propriedades dos triângulos, da inclusão de classes e das condições necessárias e suficientes para a congruência de triângulos. Assim, foram mobilizadas as modalidades de compreensão instrucional e relacional no sentido de Skemp, caracterizando a aprendizagem significativa defendida por Ausubel.

8 Considerações finais

Mesmo com as mudanças no Ensino de Matemática e conseqüentemente no ensino Geometria das últimas cinco décadas no Brasil, os avanços tecnológicos, a

implementação dos PCN e a consolidação da BNCC, percebemos que pouco ainda tem sido praticado em sala de aula. Com base nas pesquisas citadas, pode-se afirmar que, em muitos casos, o ensino de Geometria continua sendo deixado para o fim do bimestre e às vezes sequer é mencionado. Além disso, grande parte das escolas não dispõe de material e infraestrutura (como um laboratório de informática) para realizar um trabalho menos superficial. Em geral, fica a cargo de o professor providenciar o material que irá utilizar em suas aulas.

Durante a aplicação da pesquisa os estudantes, de maneira geral, apresentaram pouca familiaridade com as ferramentas régua e transferidor e acreditavam que se medissem de “olho” também obteriam o resultado correto, pois pareceria correto. Sendo assim, resistiram em realizar medições. Concordamos com Apolinário (2018), ao apontar que, com a extinção da disciplina de Desenho Geométrico, os alunos não têm oportunidade de aprender a manusear esses instrumentos. Recomendamos realizar um trabalho anterior para manuseio desse material.

Além disso, foi observada a crença equivocada de que não é preciso escrever em Matemática, e que justificar uma resposta é o mesmo que fazer contas não sendo necessário usar texto ou argumentos. O enfoque diferenciado das atividades vivenciadas pelos alunos, solicitando justificativas, foi um passo na direção de quebrar essa crença.

No decorrer da sequência didática, verificamos que a produção escrita dos estudantes foi ampliada, o que é uma característica do progresso nos níveis de van Hiele. Assim, ficou nítida a necessidade de aumentar o vocabulário para melhor justificar as respostas. As experiências com a sequência didática proporcionaram um avanço significativo na progressão do nível de van Hiele de 20 alunos do total de 31 que participaram de todas as etapas da pesquisa, o que corresponde a 64,5% dos alunos, estimulando a aprendizagem de triângulos e seus conceitos.

O fato de nem todos os alunos terem progredido de nível reforça para nós a ideia de que os alunos aprendem de formas diferentes e, por isso, apenas uma abordagem ou método não será capaz de atingir a todos. É necessário diversificar e aprofundar a pesquisa.

Referências

- Alrø, H.; Skovsmose, O. (2006). *Diálogo e aprendizagem em educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Apolinário, H. L. (2018). *Análise dos conteúdos abordados nos anos finais do Ensino Fundamental no município do Rio de Janeiro: o exemplo do Desenho Geométrico*. Dissertação de mestrado em Ensino de Matemática, PEMAT. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- Artigue, M. (1996). Engenharia Didáctica. In: *Didática das Matemáticas*. Brun, J. (Org.). Lisboa: Instituto Piaget.
- Ausubel, D. P. (1968). *Educational Psychology: A Cognitive View*. Holt, Rinehartand Winston Inc. New York
- Brasil (1997). Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF.
- Brasil (2017). *Base Nacional Comum Curricular. Ensino Fundamental*. Brasília: MEC/CONSED/UNDIME.
- Costa, A. P. (2019). *A Construção de um Modelo de Níveis de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico: o caso dos quadriláteros notáveis*. Tese de doutorado em Educação. Recife, PE: Universidade Federal de Pernambuco.
- Crowley, M. L. (1994). O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: Lindquist, M & Shulte, A. P. (organizadores), *Aprendendo e Ensinando Geometria*. São Paulo: Atual.
- Fonseca, M. da C. F. R. et al. (2002). *O Ensino da Geometria na Escola Fundamental: Três questões para formação do professor dos ciclos iniciais*. 2ªed. Belo Horizonte, MG: Autêntica.

- França, R. C. (2019). *Isolar o x, isolar o y...e agora? Recursos tecnológicos digitais como mediadores na resolução de equações do 1º grau*. Dissertação de mestrado em Educação. Rio de Janeiro: Colégio Pedro II.
- Grando, R. C. (2009). Investigações Geométricas. In: Lopes, C. A.; & Nacarato, A. M. (org.): *Educação, matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopias e realidades*. Campinas, SP: Mercado de Letras.
- Leivas, J. C. P. (2020). Uma viagem sob o olhar de um geômetra. (2020). *Pesquisa e Ensino, 1*, e202007. <https://doi.org/10.37853/pqe.e202007>.
- Nacarato, A. M. (2007). O Ensino de Geometria Nas Series Iniciais. In: *IX Encontro Nacional de Educação Matemática, Anais...* Belo Horizonte – MG.
- Nasser, L. (1990). O Desenvolvimento do Raciocínio em Geometria. *Boletim do GEPEN*, 27, p. 93-99.
- Nasser, L. (1992). *Using the van Hiele Theory to Improve Secondary School Geometry in Brazil*. Tese de doutorado em Educação Matemática. King's College: Universidade de Londres.
- Nasser, L, & Cardoso, E. J. (2020). Níveis de aprendizagem para o tópico de funções no Ensino Médio. *Pesquisa e Ensino, 1*, e202008. <https://doi.org/10.37853/pqe.e202008>.
- Nasser, L, & Sant'anna, N. P. (1997). *Geometria segundo a Teoria de Van Hiele*. Rio de Janeiro: Projeto Fundação, UFRJ.
- Pavanello, R. M. (1993). O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. *Zetetiké*, Ano 1, número 1, CEMPEM/F.E.UNICAMP, 1993, p.7-17.
- Pavanello, R. M., & Andrade, R. N. G. (2002). Formar professores para ensinar geometria: um desafio para as licenciaturas em Matemática. *Educação Matemática em Revista*, SBEM, v. 9, n. 11A, p. 78-87.

- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15, 4-14.
- Silva, P. C. N. (2021). *Aprendizagem significativa de Geometria no 8º ano do Ensino Fundamental: uma experiência além do material instrucional*. Dissertação de mestrado em Ensino de Matemática, PEMAT. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- Silva, P. C. N., Franqueira, A. B. R., & Nasser, L. (2019) Ensino de geometria: uma experiência além do material didático. In: *XIII Encontro Nacional de Educação Matemática*, Cuiabá-MT. Anais do XIII ENEM. Cuiabá-MT: SBEM-MT. p. 1-10.
- Skemp, R. R. (1971). *The Psychology of Learning Mathematics*, London: Penguin.
- Skemp, R. R. (1979). *Intelligence, Learning, and Action: a Foundation for Theory and Practice in Education*. London: Wiley.
- Van-Hiele, P. (1986). *Structure and Insight*. Academic Press. Orlando, FL, USA.
- Zabala, A. (1998). *A prática Educativa: Como Ensinar*. Tradução Ernani F. da F. Rosa – Porto Alegre: Artmed.